НАУЧНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

УДК 621. 324

И. Ю. ПАРАМОНОВ, В. А. СМАГИН

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ДЕЙСТВИЙ ЦЕНТРОВ СБОРА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Предложена модель оптимального одномерного вероятностного квантования детерминированной или случайной величины и представления ее совокупностью равных квантов, при котором вероятность квантуемой величины достигает максимального значения. Рассматривается зависимость оптимального кванта от вероятностного распределения, порога ограничения и параметра влияния. Вводится модель оценивания количества информации, получаемой квантом из внешней среды.

Ключевые слова: *квантование, распределение вероятностей, информация, оптимальное оценивание.*

Введение. В некоторых областях науки и техники формализованная случайная или детерминированная величина представляется совокупностью определяемых по заданному правилу интервалов, равных или не равных по величине и разделенных между собой равными промежутками. Эти интервалы называются квантами, а представление величины — квантованием. Цели квантования могут определяться выбранными критериями эффективности реализации рассматриваемых процессов.

В работах [1, 2] решаются задачи квантования случайных величин. В первой из них рассматривается задача квантования информации с учетом ее ценности, во второй — решается задача оптимального квантования случайного количества информации. В работе [2] при заданной величине промежутков между квантами определяется величина оптимального кванта, при котором математическое ожидание квантованной величины достигает минимального значения. В качестве примера практического приложения рассмотрен процесс записи квантованной величины на магнитную ленту. Задача имеет целочисленное решение, не получаемое в общем случае в замкнутом виде. Для нахождения точного численного решения авторами предложен достаточно сложный и трудоемкий алгоритм.

Цель настоящей статьи — решение задачи представления детерминированных или случайных величин в виде квантов, величина которых определяется некоторым вероятностным распределением. Один из возможных параметров этого распределения не является постоянным, а изменяется в некотором диапазоне. Отличительная особенность заключается в том, что величина кванта зависит от некоторого ограничения, характеризующего меру взаимного наложения плотностей распределения вероятностей. Это пороговое значение меры предусмотрено для ограничения областей взаимовлияния соседних центров сбора и обработки информации.

Практическое представление и математическая формализация задачи. На прямой линии заданной фиксированной длины размещается некоторое количество одинаковых центров сбора и обработки информации. Каждый центр имеет свою зону влияния, ограниченную с обеих сторон пороговыми значениями. За пределами порогов располагаются зоны влияния соседних центров. Размеры зон влияния без учета границ являются случайными и описываются некоторым распределением вероятностей. Это распределение характеризуется параметром p, определяющим возможности центра по сбору и обработке информации. Необходимо при заданных пороговых размерах зоны влияния центров определить такое значение параметра p, при котором вероятность сбора и обработки информации на заданной линии достигает максимального значения, а число центров будет оптимальным.

В простейшем случае можно полагать, что интенсивность получения информации центрами является постоянной величиной в любой точке линии, а количество информации пропорционально размеру зоны влияния.

Пусть известна плотность вероятности распределения размера зоны влияния центра $f(x,p)$, $x \in [0,\infty)$. При двустороннем ограничении зоны предусматривается ее уменьшение слева и справа на величину r, удовлетворяющую уравнению $\int_0^r f(z,p)dz = q$. Таким образом, квантиль r представляет собой функцию, зависящую от вида плотности распределения f, значения ее параметра p и значения ограничительной (допусковой) вероятности q.

Полагая, что нормированная плотность вероятности зависит от значения параметра p и определяется константой C_p, плотность вероятности $f(x,p)$ при произвольном значении p можно представить как $C_p f(x,p)$. Тогда величину r_p следует определять из уравнения $C_p \int_0^{r_p} f(z,p)dz - q = 0$. Также предположим, что известны конечное математическое ожидание размера зоны $m = \int_0^\infty z f(z,p)dz$ и объем M квантуемой информации. В этом случае при указанных допущениях вероятность представления квантованной величины определяется выражением

$$P(p,r_p,C_p) = \left(C_p \int_{r_p}^{2m-r_p} f(z,p)dz \right)^{\left\lfloor \frac{M}{2(m-r_p)}+1 \right\rfloor}. \tag{1}$$

Если же квантуемая величина является случайной, распределенной с функцией $G_Z(z)$, и имеет конечное математическое ожидание M_Z, то вероятность (1) может быть представлена следующим выражением (здесь индексы у аргументов для сокращения записи опущены):

$$P(p,r,C) = \int_0^\infty \left(C \int_r^{2m-r} f(u,p)du \right)^{\left\lfloor \frac{M_Z}{2(m-r)}+1 \right\rfloor} dG(z). \tag{2}$$

Выражения (1) и (2) могут иметь максимальные значения вероятностей при известной величине пороговой вероятности q или, что равносильно, при определенном значении параметра p [1, 2]. В дальнейшем для конкретности изложения примем, что распределение размера зоны влияния нормальное и параметр влияния равен среднеквадратическому отклонению (СКО): $p = \sigma$.

Следует обратить внимание на то, что представление (1), (2) корректно. Это подтверждается следующим. Зоны влияния центров располагаются на линии одна за другой, примыкая вплотную друг к другу в соответствии со своими граничными значениями. При этом должно быть соблюдено следующее условие: математические ожидания $m_i = (1+2i)m - 2ir$, а СКО $\sigma_i = \frac{[(1+2i)m - 2ir]}{m}\sigma$, где i — номер зоны. Именно при таком представлении вариабельность распределений, определяемая коэффициентом вариации $\eta_i = \sigma_i / m_i$, для всех центров остается неизменной и равной $\eta = \sigma/m$, что позволяет одну и ту же вероятность для любой зоны влияния возводить в степень, равную числу квантов.

Пример 1. Пусть известно, что плотность вероятности нормальная: $f(x,\sigma) = \left(1/\sqrt{2\pi}\cdot\sigma\right)\exp\left\{-(x-m)^2/2\sigma^2\right\}$, $m = 10$, пороговая вероятность $q = 0{,}1$, а объем квантуемой информации постоянен и равен $M = 100$.

Интенсивность получения информации центрами во внимание не принимается. Требуется, изменяя значение σ, определить все параметры квантования при условии, что вероятность квантованной величины достигает максимального значения.

По формуле (1) была составлена программа решения задачи в среде MathCad 14. Параметр влияния изменялся в пределах $1, 2, \ldots, 10$ с шагом, равным единице. Точность вычисления границ зоны влияния при $q = 0{,}1$ принята равной $0{,}01$, а точность вычисления основных искомых параметров определялась тремя знаками. Время реализации алгоритма составило порядка 10 мин.

Результаты численных расчетов приведены в таблице.

σ	C	r	P
1	1	8,72	0,133
2	1	7,44	0,167
3	1	6,17	0,166
4	1,006	5	0,207
5	1,023	4,14	0,2
6	1,05	3,6	0,188
7	1,083	3,3	0,218
8	1,118	3,13	0,196
9	1,154	3,05	0,172
10	1,198	3,03	0,147

Как следует из таблицы, наибольшие значения вероятности соответствуют двум значениям параметра влияния σ, равным 4 и 7: $0{,}207$ и $0{,}218$.

На рис. 1 показана зависимость $P(\sigma)$. Следует иметь в виду, что задача имеет целочисленное решение. Поэтому для получения более точного решения можно „сузить“ интервал изменения параметра σ и задать меньший размер шага (здесь же ограничимся полученным решением).

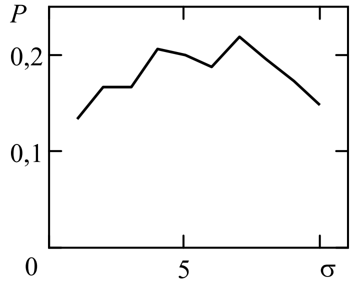

Рис. 1

Приведем численные результаты для параметров: оптимальное значение параметра влияния $\sigma_{\text{опт}} = 7$; величина одностороннего уменьшения зоны влияния $r_{\text{опт}} = 3{,}3$; длина кванта $l_{\text{опт}} = 2(m - r_{\text{опт}}) = 13{,}4$. Число квантов, без учета неиспользуемой части зоны влияния последнего на линии центра, $n-1 = \lfloor M / r_{\text{опт}} \rfloor = 7$, а с учетом этого фактора — $n = 8$, следовательно, $M(n=7) = 13{,}4 \cdot 7 = 93{,}8$, $M(n=8) = 13{,}4 \cdot 8 = 107{,}2$.

Учет количества оцениваемой информации. Отдельный центр обработки обладает возможностью сбора информации в области задания случайной величины $r \le \hat{X} \le 2m - r$, определяемой плотностью вероятности $f(x,\sigma)$ и граничным значением r, которое, в свою очередь, зависит от пороговой вероятности q.

Количество полученной или собранной информации (может быть и другая величина, например, количество товара, стоимость и др.) определяется не только возможностями центра в зоне его влияния, но и распределением информации в зоне влияния.

В предположении, что плотность распределения информации задается некоторой функцией $g(x)$, среднее количество информации определяется как

$$I = \int_{r}^{2m-r} g(z) f(z,\sigma) dz . \quad (3)$$

Пример 2. При значениях параметров, принятых для примера 1, положим:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{c}{m-r}(x-r), & r \le x \le m, \\ \dfrac{c}{m-r}(2m-r-x), & m \le x \le 2m-r. \end{cases} \quad (4)$$

Пусть $c = 5$, а величины m, r, σ, q равны значениям для оптимального кванта (см. пример 1). Графические зависимости $g(x)$ и $f(x,\sigma_0)$ приведены на рис. 2.

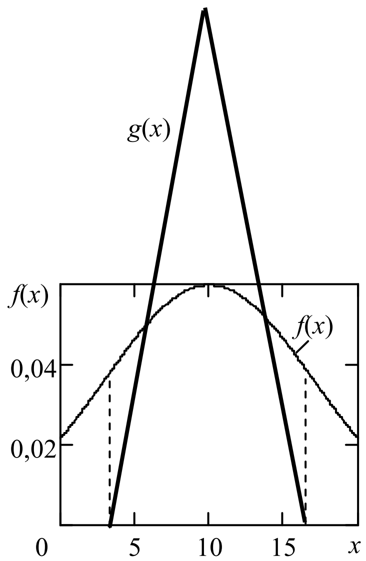

Рис. 2

Вычислив интеграл (3) с учетом уравнений (4), а также плотности вероятности $f(x,\sigma_0)$ и произведя суммирование полученных значений, определим в результате выполнения операции оценивания среднее количество информации: $I = 1{,}706$.

Гипотетически, если полагать, что все центры обработки находятся в одинаковых условиях, то общее количество информации составит около (оценка снизу) $1{,}706 \cdot 7 \approx 12$. В реальных условиях это может не соблюдаться.

Заключение. Предложена модель оптимального одномерного вероятностного квантования детерминированной или случайной величины и представления ее совокупностью равных квантов, при котором вероятность квантуемой величины достигает максимального значения. Величина оптимального кванта зависит от вероятностного распределения, порога ограничения и параметра влияния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гришанин Б. А.* Учет ценности информации в теории ценности информации // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. 1967. № 2.

2. *Андронов А. М., Бокоев Т. И.* Оптимальное в смысле заполнения квантование информации // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. 1979. № 3. С. 154—158.

Сведения об авторах

Иван Юрьевич Парамонов — канд. техн. наук, докторант; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург; E-mail: ivan_paramonov@mail.ru

Владимир Александрович Смагин — д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра метрологического обеспечения, Санкт-Петербург; E-mail: va_smagin@mail.ru

Рекомендована отделом перспектив развития АСУ и связи

Поступила в редакцию 02.10.13 г.

УДК 621.372

С. И. Зиатдинов

ФОРМИРОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С ЗАДАННОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Предложен алгоритм формирования аналитического сигнала с использованием фазовращателя, обеспечивающего любой, но постоянный фазовый сдвиг в заданном диапазоне частот. Рассмотрены конкретные примеры.

Ключевые слова: *комплексный сигнал, аналитический сигнал, импульсная характеристика, фазовый сдвиг.*

Комплексные сигналы наряду с действительными широко используются в разнообразных системах обработки информации. В общем виде комплексный сигнал можно представить выражением

$$z(t)=x(t)+jy(t),$$

где $x(t)$, $y(t)$ — вещественная и мнимая части комплексного сигнала.

В частном случае использования преобразования Гильберта вещественные сигналы $x(t)$ и $y(t)$ аналитического сигнала определяются из следующих соотношений [см. лит.]:

$$y(t)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x(l)}{t-l}dl,\quad x(t)=-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{y(l)}{t-l}dl.$$

При этом принято считать, что сигналы $x(t)$ и $y(t)$ сопряжены по Гильберту.

Для гармонического сигнала $x(t)=\cos\omega_0 t$ сопряженный сигнал определяется выражением $y(t)=-\sin\omega_0 t$. В результате преобразователь Гильберта можно рассматривать как фазовращатель спектральных составляющих сигнала $x(t)$ на угол $-\pi/2$ с коэффициентом передачи, равным единице во всем частотном диапазоне.