ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.51
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-7-517-523

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ СИСТЕМАМИ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕРЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИМ КВАНТОВАТЕЛЕМ

А. А. Маргун[1], И. Б. Фуртат[1,2]

[1]*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: cainenash@mail.ru

[2]*Институт проблем машиноведения Российской академии наук, 199178, Санкт-Петербург, Россия*

Представлен адаптивный алгоритм управления параметрически неопределенными линейными объектами в условиях внешних ограниченных возмущающих воздействий и измерения выходного сигнала динамическим квантователем с постоянным шагом квантования. Выходная характеристика динамического квантователя близка к характеристике статического квантователя. Предполагается, что коэффициенты модели объекта управления принадлежат некоторому ограниченному множеству, числитель передаточной функции объекта — гурвицев. Синтез алгоритма управления основан на методе последовательного компенсатора, предложенном А. А. Бобцовым. Рассматривается эвристический адаптивный алгоритм настройки параметров регулятора интегрального типа и динамического квантователя, основанный на использовании полиномов Харитонова. Разработанная система управления обеспечивает сходимость ошибки слежения за эталонным сигналом в ограниченную область. Работоспособность предложенного метода подтверждается компьютерным моделированием для объекта управления третьего порядка с относительной степенью, равной трем.

Ключевые слова: *адаптивное управление, квантование, возмущение, последовательный компенсатор, неопределенные системы*

Введение. Цифровые технологии широко используются в различных технических сферах, особенно в электронике, передаче и обработке сигналов [1—5]. Однако использование цифровых технологий имеет ряд недостатков, вызванных ограничениями в каналах передачи данных. Одним из основных является квантование сигнала по уровню, что приводит к потере информации и снижает качество управления техническими объектами.

В работах [6, 7] квантование сигнала рассматривалось как независимый дискретный шум в канале измерения. Но это предположение в ряде случаев неприменимо, например, при шаге квантования, соразмерном изменению измеряемого сигнала [8]. В статье [9] анализируется влияние шага квантования на качество линейных систем управления. Проблема синтеза обратной связи формулируется как задача робастного управления при наличии секторных нелинейностей. В работе [10] предложен робастный алгоритм управления параметрически неопределенными линейными системами в условиях квантования выходного сигнала, основанный на результатах работы [11]. Такой подход был расширен на класс многосвязных систем в [12].

В настоящей статье представлен адаптивный алгоритм управления неопределенными объектами в условиях измерения квантованного сигнала и внешнего возмущения, являющийся продолжением работы [10]; предложен алгоритм настройки параметров регулятора и шага квантования. Разработанная система управления обеспечивает сходимость ошибки слежения в ограниченную область.

Постановка задачи. Рассмотрим математическую модель объекта управления в виде

$$Q(p)y(t) = R(p)u(t) + \tilde{f}(t), \tag{1}$$

где $Q(p)$ и $R(p)$ — дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами, порядок которых равен n и m соответственно; $y(t) \in R$ — выходной сигнал; $u(t) \in R$ — управляющее воздействие; $\tilde{f}(t) \in R$, $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $\rho = n - m \geq 1$ — относительная степень объекта управления.

Зададим уравнение эталонной модели

$$Q_m(p)y_m(t) = R_m(p)r(t), \tag{2}$$

где $Q_m(p)$, $R_m(p)$ — дифференциальные операторы с известными коэффициентами, $y_m(t) \in R$, $r(t) \in R$ — ограниченное входное воздействие, в преобразованиях Лапласа операторы $Q_m(p)$, $R_m(p)$ — гурвицевы.

Выход объекта управления измеряется квантователем, преобразующим сигнал $y(t)$ по закону [13]:

$$\overline{q}(y) = \mu q\left(y/\mu\right), \tag{3}$$

где $\overline{q}(y)$ — выход квантователя, $\mu > 0$ — динамически изменяющийся шаг квантования.

Преобразуем выход квантователя с помощью линейного фильтра первого порядка

$$\left(\tau p + 1\right)\tilde{q}(y) = \overline{q}(y). \tag{4}$$

При достаточно малом положительном коэффициенте τ (по сравнению с шагом квантования μ) сигналы $\overline{q}(y)$ и $\tilde{q}(y)$ практически идентичны. Допустим, что квантователь удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{aligned} &|\tilde{q}(y) - y| \leq \mu, \\ &|\dot{\tilde{q}}(y) - \dot{y}(t)| \leq \overline{\delta}, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\overline{\delta}$ — некоторое положительное число.

Также введем предположения по объекту управления (1).

1. Неизвестные коэффициенты операторов $Q(p)$, $R(p)$ принадлежат известному ограниченному множеству Ξ.

2. Объект управления (1) минимально-фазовый.

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия

$$|\tilde{q}(y) - y_m| < \delta, \forall t > T. \tag{6}$$

Закон управления. Воспользуемся методом „последовательного компенсатора“ [11]. Выберем закон управления в виде

$$u(t) = -(\alpha + \beta)D(p)\hat{e}(t), \tag{7}$$

где $\alpha > 0$, $\beta > 0$; $D(\lambda)$ — гурвицев полином степени $\rho - 1$, $Q(\lambda) + \mu R(\lambda)D(\lambda)$; $\hat{e}(t)$ — оценка ошибки $e(t) = y(t) - y_m(t)$; λ — комплексная переменная.

Принимая во внимание выражения (1), (2) и (7), составим уравнение для $e(t)$ в виде

$$\begin{aligned} (Q(p) + \alpha R(p)D(p))e(t) = R(p)D(p)((\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t)) + \overline{f}(t) - \beta e(t)) + \\ + Q(p)\tilde{f}(t) + Q_1(p)(\tilde{q}(y(t)) - y(t)) + Q_2(p)(\dot{\tilde{q}}(y(t)) - \dot{y}(t)), \end{aligned} \tag{8}$$

где $\overline{f} = -Q(p)y_m(t)/(R(p)D(p))$, $Q(p) = Q_1(p) + pQ_2(p)$, $\deg Q_2(p) = n-1$, $\deg Q_1(p) \le n-1$.

Перепишем уравнение (8) в виде системы

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha+\beta)(e(t) - \hat{e}(t))) + B_1\varphi(t) + B_2(\tilde{q}(y(t)) - y(t)) + B_3(\dot{\tilde{q}}(y(t)) - \dot{y}(t)), \\ e(t) = \overline{L}\varepsilon(t), \end{cases} \quad (9)$$

где $\varepsilon(t) \in R^n$ — вектор состояния, $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^n$, $B_1 \in R^n$, $B_2 \in R^n$, $B_3 \in R^n$ — матрицы, полученные при переходе от (8) к (9), $\overline{L} = [1 \quad 0 \quad \ldots \quad 0]$, $\varphi(t) = \overline{f}(t) + Q(p)\tilde{f}(t)/(R(p)D(p))$ — ограниченная функция.

Для оценки ошибки слежения воспользуемся наблюдателем [11]:

$$\dot{\xi}(t) = \sigma\Gamma\xi(t) + \sigma Ge(t), \ \hat{e}(t) = L\xi(t), \quad (10)$$

где $\xi(t) \in R^{\rho-1}$, $\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & & I_{\rho-2} \\ -k_1 & \ldots & -k_{\rho-1} \end{pmatrix}$ — гурвицева матрица, $G = [0 \quad \ldots \quad 0 \quad k_1]^T$, $I_{\rho-2}$ — единичная матрица порядка $\rho-2$, $L = [1 \quad 0 \quad \ldots \quad 0]$, $\sigma > \alpha+\beta$.

Введем в рассмотрение ошибку оценивания:

$$\eta(t) = L^T e(t) - \xi(t). \quad (11)$$

Принимая во внимание алгоритм (10), найдем производную от (11) в виде

$$\dot{\eta} = \sigma\Gamma\eta(t) + L^T\dot{e}(t), \quad (12)$$

тогда замкнутая система будет описываться уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha+\beta)(e - \hat{e}) + B_1\varphi(t)) + B_2(\tilde{q} - y(t)) + B_3(\dot{\tilde{q}} - \dot{y}(t)), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma\Gamma\eta(t) + L^T\dot{e}(t). \end{cases} \quad (13)$$

Утверждение. Пусть выполнены условия предположений 1, 2. Тогда существуют такие полином $D(\lambda)$ и числа $\alpha, \beta, \sigma > 0$, что система управления, состоящая из закона управления (7) и алгоритма (10), обеспечивает выполнение целевого условия (4).

Доказательство утверждения аналогично доказательству утверждения, представленного в работе [10].

Замечание. Из доказательства утверждения следует, что система управления (7), (10) обеспечивает выполнение условия (4) в момент времени T с погрешностью

$$\delta = \sqrt{\lambda_{\min}^{-1}(P)\left[\left(V(0) - \theta/\varsigma\right)e^{-\varsigma T} + \theta/\varsigma\right]},$$

где V — функция Ляпунова вида $V = \varepsilon^T(t)P\varepsilon(t) + \eta^T(t)H\eta(t)$, матрицы P и H являются решениями уравнений $A^TP + PA = -Q_1$, $\Gamma^TH + H\Gamma = -Q_2$, Q_1 и Q_2 — некоторые положительно определенные матрицы. Помимо того $\theta = 2\upsilon^{-1}\sup_t(\varphi(t)^2) + 2\upsilon^{-1}\mu^2 + 2\upsilon^{-1}\overline{\delta}^2$, $\varsigma = \lambda_{\min}(R_1)/\lambda_{\max}(P)$, $\lambda_{\min}(\cdot)(\lambda_{\max}(\cdot)$ — наименьшее (наибольшее) собственное число соответствующей матрицы, $R_1 = Q_1 + 2\beta PB\overline{L} - \upsilon(\alpha+\beta)PBB^TP - \upsilon A^T\overline{L}^T LL^T\overline{L}A - \beta PB_1B_1^TP - \beta PB_2B_2^TP - \beta PB_3B_3^TP - \beta\upsilon$. Значение $\upsilon > 0$ выбирается таким образом, чтобы $R_1 > 0$.

Адаптивная настройка регулятора и квантователя. Из утверждения следует, что ошибка слежения в установившемся режиме не может быть меньше шага квантования. В связи с этим представляется рациональным выбирать начальное значение шага квантования равным желаемой границе погрешности слежения, а именно $\mu(0) = \delta$. Если выбранный шаг квантования не удовлетворяет цели управления, то следует воспользоваться его адаптивной настройкой квантования по алгоритму

$$\mu = \begin{cases} \mu, e < \delta, \\ \mu(0)e^{-\alpha_\mu t}, e > \delta, \end{cases}$$

где α_μ — некоторое положительное число.

Для адаптивной настройки регулятора в работе [14] предложен алгоритм:

$$\tilde{k} = \int_0^t \chi(s)ds\,,\ \chi(t) = \begin{cases} 0, |e| < \delta, \\ \chi_0, |e| > \delta, \end{cases}\ \sigma = \sigma_0 \tilde{k}^2,\ \chi = \alpha + \beta\,.$$

Однако в работе [14] не приведены рекомендации по выбору начальных условий для коэффициентов регулятора. Корректный выбор коэффициентов позволит значительно сократить время настройки регулятора, а соответственно и время переходного процесса. Для решения этой задачи предлагается следующий алгоритм.

Шаг 1. На основании известного множества Ξ запишем полиномы Харитонова для разомкнутой системы [15]:

$$P_1 = \underline{q_0} + \underline{q_1}s + \overline{q_2}s^2 + \overline{q_3}s^3 + \ldots,\ P_2 = \overline{q_0} + \underline{q_1}s + \underline{q_2}s^2 + \overline{q_3}s^3 + \ldots,$$

$$P_3 = \overline{q_0} + \overline{q_1}s + \underline{q_2}s^2 + \underline{q_3}s^3 + \ldots,\ P_4 = \underline{q_0} + \overline{q_1}s + \overline{q_2}s^2 + \underline{q_3}s^3 + \ldots$$

Шаг 2. Воспользуемся последовательным компенсатором и алгоритмом (10) для стабилизации каждого из полиномов Харитонова с нулевыми начальными значениями коэффициентов регулятора. Для этого используем алгоритм:

$$\tilde{k}_i = \int_0^t \chi_i(s)ds,\ \chi_i(t) = \begin{cases} 0, |e| < \delta, \\ \chi_{0i}, |e| > \delta, \end{cases}\ \chi_{0i} = \alpha_i + \beta_i,\ \sigma_i = \sigma_{0i}\tilde{k}_i^2,\ i = \overline{1,4}.$$

Шаг 3. Выберем в качестве начальных значений регулятора объекта управления максимальные значения коэффициентов регуляторов для полиномов Харитонова. Тогда алгоритм адаптивной настройки регулятора примет вид:

$$\tilde{k} = \max(\tilde{k}_i) + \int_0^t \chi_i(s)ds,\quad \chi(t) = \begin{cases} 0, e < \delta, \\ \chi_0, e > \delta, \end{cases}\ \chi_0 = \alpha + \beta,\ \sigma = \sigma_0\tilde{k}^2.$$

Характеристический полином замкнутой системы имеет вид

$$M(\lambda) = Q(\lambda) + (\alpha + \beta)R(\lambda)D(\lambda)\,.$$

Таким образом, увеличивая коэффициенты регулятора, можно сделать полином $M(\lambda)$ устойчивым. Следовательно, если выбрать коэффициенты α и β достаточно большими, в замкнутой системе полиномы Харитонова окажутся устойчивыми, а значит, и объект управления также будет устойчив.

Численный пример. Рассмотрим модель объекта управления в виде $(p^3 + p^2 q_1 + pq_2 + q_3)y(t) = bu(t) + \tilde{f}(t)$. Множество Ξ определено следующими неравенствами: $1 \le q_1 \le 5$, $-200 \le q_2 \le -100$, $-500 \le q_3 \le -300$, $1 \le b \le 10$. Внешнее возмущение: $\tilde{f} = 0{,}5 + \sin(t) + 0{,}2\sin(5t + 0{,}15)$.

Требуемая погрешность слежения составляет $\delta = 0{,}05$. Измерению доступна только функция $q(y)$.

Уравнение эталонной модели задано в виде $(p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_m(t) = r(t)$.

Выходные сигналы квантователя и объекта изображены на рис. 1. Переходные процессы настройки параметров регулятора и квантователя представлены на рис. 2, 3.

С целью увеличения шага квантования его алгоритм настройки стоит запускать по истечении времени переходного процесса в полиномах Харитонова. Из рис. 4 видно, что требуемая точность достигается в случае существенно большего шага квантования при включении алгоритма настройки после 5 с моделирования.

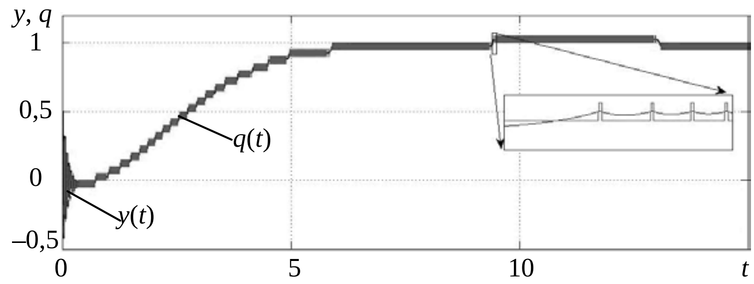

Рис. 1

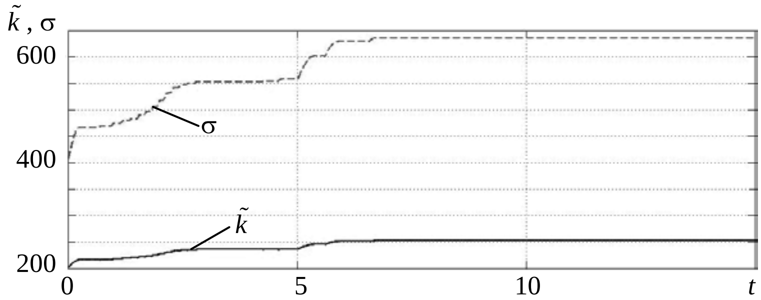

Рис. 2

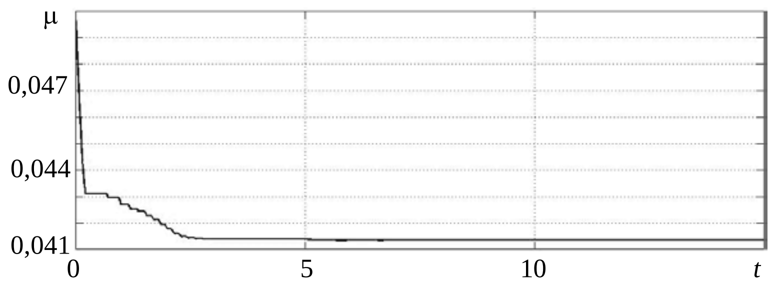

Рис. 3

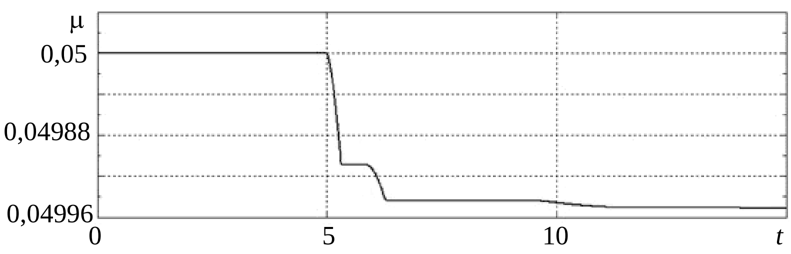

Рис. 4

Заключение. В статье представлен адаптивный регулятор для параметрически неопределенных линейных систем в условиях внешнего возмущающего воздействия и измерения квантованного выходного сигнала. Синтез регулятора основан на методе последовательного компенсатора. Предложен эвристический алгоритм адаптивной настройки параметров регулятора и шага квантования. Предложенный алгоритм основан на использовании полиномов Харитонова. Регулятор обеспечивает сходимость ошибки слежения в ограниченную область.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации (договор № 14.W01.16.6325-МД (МД-6325.2016.8)), государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01), а также поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Golding L. S., Schultheiss P. M. M.* Study of an adaptive quantizer // Proc. IEEE. 1967. Vol. 55, N 3. P. 293—297.
2. *Goodman D. J., Gersho A.* Theory of an adaptive quantizer // Trans. on Communication. 1974. COM-22. N 8. P. 1037—1045.
3. *Zierhofer C. M.* Adaptive sigma-delta modulation with one-bit quantization // IEEE Trans. on Circuits Systems II. 2000. Vol. 47, N 5. P. 408—415.
4. *Venayagamoorthy G. K., Zha W.* Comparison of nonuniform optimal quantizer designs for speech coding with adaptive critics and particle swarm // IEEE Trans. on Industry. 2007. Vol. 43, N 1. P. 238—244.
5. *Фуртат И. Б.* Робастный статический алгоритм управления линейными объектами с запаздыванием // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 1. С. 26—31.
6. *Widrow B.* Statistical analysis of amplitude-quantized sampled-data systems // Trans. on AIEE. 1961. Vol. 79, N 2. P. 555—567.
7. *Gray R. M., Neuhoff D. L.* Quantization // IEEE Trans. on Information Theory. 1988. Vol. 44. P. 2325—2383.
8. *Delchamps D. F.* Extracting state information from a quantized output record // System Control Letters. 1989. Vol. 13. P. 365—372.
9. *Fu M., Xie L.* The sector bound approach to quantized feedbackcontrol // IEEE Trans. on Automatic Control. 2005. Vol. 50, Is. 11. P. 1698—1711.
10. *Margun A., Furtat I.* Robust control of uncertain linear systemsin conditions of output quantization // Proc. of the 1st IFAC Conf. on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON-2015), 24—26 June 2015, St. Petersburg. P. 853—857.
11. *Бобцов А. А.* Алгоритм робастного управления линейным объектом по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 93—97.
12. *Margun A., Furtat I.* Robust control of linear MIMO systems in conditions of parametric uncertainties, external disturbances and signal quantization // Proc. of the 20th Intern. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2015. Międzyzdroje, Poland, 24—27 August 2015. P. 341—346.
13. *Brockett R. W., Liberzon D.* Quantized feedback stabilization of linearsystems // IEEE Trans. on Automatic Control. 2000. Vol. 45. P. 1279—1289.
14. *Бобцов А. А., Наговицина А. Г.* Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 2003. № 8. С. 82—95.
15. *Kharitonov V. L.* Asymptotic stability of an equilibrium positionof a family of systems of differential equations // J. of Difference Equations and Applications. 1979. Vol. 14, N 11. P. 1483.

Сведения об авторах

Алексей Анатольевич Маргун — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: alexeimargun@gmail.com

Игорь Борисович Фуртат — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра управления сложными системами; ИПМаш РАН, лаборатория управления сложными системами, ведущий научный сотрудник; E-mail: cainenash@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.12.15 г.

Ссылка для цитирования: *Маргун А. А., Фуртат И. Б.* Адаптивное управление неопределенными системами в условиях измерений динамическим квантователем // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 7. С. 517—523.

ADAPTIVE CONTROL OF UNCERTAIN SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF MEASUREMENTS WITH DYNAMIC QUANTIZER

A. A. Margun[1], I. B. Furtat[1,2]

[1]*ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia*
E-mail: cainenash@mail.ru

[2]*Institute of Problems of Mechanical Engineering, RAS, 199178, St. Petersburg, Russia*

An adaptive algorithm of control over linear system with parametric uncertainties under external disturbances and output measurements with dynamic quantizer is presented. The output characteristic of the dynamic quantizer is supposed to be close to the characteristic of static quantizer. Coefficients of the used control model of the object are assumed to belong to a bounded set, and the transfer function numerator is Hurwitz polynomial. The control algorithm is synthesized on the base of the consecutive compensator method proposed by A. A. Bobtsov. The proposed heuristic algorithm for adjustment of integral-type controller parameters and quantization step is based on the use of Kharitonov polynomials. The developed control system provides convergence of tracking error to the bounded region. The efficiency of the proposed method is confirmed by results of computer simulation for an object under the control of the third order with relative degree equal to three.

Keywords: adaptive control, quantization, disturbances, consecutive compensator, uncertain systems

Data on authors

Alexey A. Margun	—	Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: alexeimargun@gmail.com
Igor B. Furtat	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Control of Complex Systems; Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Laboratory of Control of Complex Systems; Leading Researcher; E-mail: cainenash@mail.ru

For citation: *Margun A. A., Furtat I. B.* Adaptive control of uncertain systems under conditions of measurements with dynamic quantizer // Izv. vuzov. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 7. P. 517—523 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-7-517-523