
ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 621.375.826:681.2.084
DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-4-276-287

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВИБРОПОДСТАВКИ В ЛАЗЕРНОМ ГИРОСКОПЕ

А. А. АВИЕВ¹, В. Н. ЕНИН²

¹ООО «НПК „Электрооптика“, 107076, Москва, Россия,
E-mail: aviev.aleksey@gmail.com

²МГТУ им. Н. Э. Баумана, 105005, Москва, Россия

Исследована оптико-электронная система, измеряющая параметры относительных колебаний чувствительного элемента лазерного гироскопа в режиме виброподставки. Система позволяет компенсировать составляющую выходного сигнала гироскопа, обусловленную этими колебаниями. Исследуемая измерительная система состоит из плоского миниатюрного транспаранта, закрепленного на моноблоке чувствительного элемента, оптико-электронного модуля, закрепленного на корпусе лазерного гироскопа и электронного блока обработки электрических сигналов. Принцип действия системы основан на регистрации лазерного излучения, отраженного от участков транспаранта с микрометками. Построена динамическая модель измерительной системы с применением уравнений аналитической механики. Модель позволяет исследовать поступательное и вращательное движение элементов системы. Приведены результаты численного моделирования движения чувствительного элемента гироскопа, с которым жестко связан транспарант. Полученные с помощью модели параметры движения позволят оценить инструментальные погрешности измерительной системы.

Ключевые слова: лазерный гироскоп, кольцевой лазер, виброподставка, оптико-электронная система, математическая модель

Введение. Наибольшее распространение среди лазерных гироскопов (ЛГ) получили приборы с механической виброподставкой (ВП) [1—3]. В режиме ВП чувствительный элемент (ЧЭ), в роли которого выступает кольцевой лазер, совершает относительные крутильные колебания, это вносит дополнительную составляющую в выходной сигнал ЛГ. Точностные характеристики ЛГ существенно зависят от способа компенсации этой составляющей [4].

При использовании оптического вычитания [5] блок совмещения встречных световых волн устанавливают не на самом ЧЭ, а на основании гироскопа. Разность частот встречных волн, обусловленная работой ВП, компенсируется изменением разности хода этих волн в блоке совмещения. К недостаткам способа относятся необходимость точной юстировки блока совмещения лучей и сильное влияние температуры на схему компенсации.

Составляющую ВП также позволяет устранить цифровой полосовой фильтр [6—8], настроенный на частоту колебаний ЧЭ. Однако существенное подавление фильтра в области частот работы ВП исключает не только ее составляющую, но и гармоники полезного сигнала вращения ЛГ. Фильтрация затрагивает также область пропускания, в которой появляются

искажения. В то же время полностью устранить составляющую ВП с помощью фильтрации принципиально невозможно, а использование цифровых фильтров неизбежно сопровождается задержкой выходного сигнала.

Предпринимаются попытки уменьшить искажения сигнала ЛГ в области пропускания фильтра путем применения вейвлет-преобразования [9] и преобразования Стоквелла [10]. Перспективным методом является использование цифрового корректирующего фильтра [11], основанного на физической модели колебаний ЧЭ. Несмотря на снижение искажений, прочие недостатки цифровой фильтрации при этом сохраняются.

Полная компенсация сигнала ВП принципиально возможна с использованием датчика относительных крутильных колебаний ЧЭ: пьезоэлектрического кристалла [12] или магнитоэлектрического сенсора [13]. Эти датчики вырабатывают соответствующий перемещению ЧЭ сигнал, который вычитается из общего выходного сигнала гироскопа. Аналоговый сигнал таких сенсоров требует значительного усиления и существенно подвержен влиянию помех.

В работе [14] для определения параметров колебаний ЧЭ предложено использовать оптико-электронную измерительную систему (ОЭИС), потенциально свободную от недостатков известных систем [5—13]. Настоящая работа посвящена динамической модели ОЭИС. При этом рассматриваются наиболее важные для ее построения математические соотношения. Совместное использование динамической модели ОЭИС и модели ее оптического канала [15] позволит оценить погрешности системы в условиях различных возмущений.

Принцип действия и элементы конструкции ОЭИС. Измерительная система состоит из транспаранта, оптико-электронного модуля и электронного блока обработки сигналов (рис. 1). Принцип действия системы основан на регистрации лазерного излучения, отраженного от участков транспаранта с микрометками. Миниатюрный транспарант 1 жестко крепится на моноблоке ЧЭ 2, который за счет вибропривода совершает угловые колебания относительно основания ЛГ. Оптико-электронный модуль 3 устанавливается на основании гироскопа и формирует лазерное излучение, которое проецируется на транспарант в виде трех световых пятен 6 (центрального и двух дополнительных). При движении ЧЭ это излучение модулируется микрометками транспаранта, отражается от него и регистрируется фотоприемником оптико-электронного модуля. Дальнейшая обработка и преобразование сигналов выполняются в электронном блоке 5.

Центральное световое пятно служит для формирования сигналов в системе автоматической фокусировки излучения на поверхность транспаранта. Подстройка осуществляется за счет объектива 4, находящегося внутри оптико-электронного модуля и оснащенного актуатором. Дополнительные световые пятна, расположенные с различным сдвигом по отношению к микрометкам транспаранта, позволяют сформировать два синусно-косинусных квадратурных сигнала. Значение фазы квадратурных сигналов несет информацию о величине и направлении перемещения ЧЭ с транспарантом, что позволяет определять параметры относительных колебаний ЧЭ в режиме ВП.

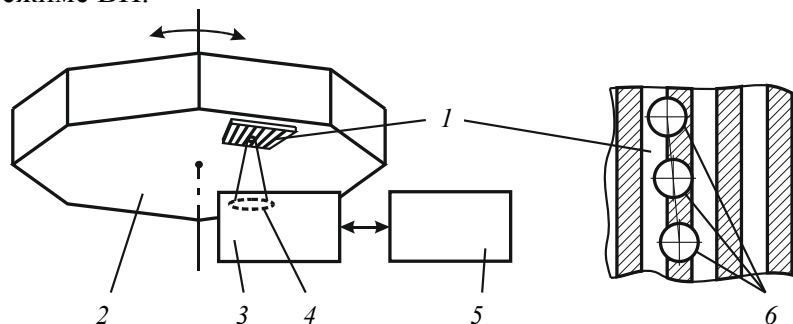


Рис. 1

Динамическая модель. Элементы ОЭИС можно разделить на подвижные (объектив и транспарант) и закрепленные на корпусе ЛГ (все остальные компоненты). Транспарант

закреплен на моноблоке ЧЭ, который посредством четырех упругих торсионов связан с корпусом ЛГ. Объектив связан с корпусом ЛГ через актуатор перемещения. Таким образом, для построения модели необходимо рассмотреть движение ЧЭ и объектива относительно корпуса ЛГ.

Проанализируем сначала движение ЧЭ. Введем следующие системы координат (СК): инерциальную неподвижную $O_I x_I y_I z_I$, подвижную $O_K x_K y_K z_K$, жестко связанную с корпусом ЛГ, и подвижную $O_M x_M y_M z_M$, жестко связанную с моноблоком ЧЭ (рис. 2). Начало отсчета СК $O_K x_K y_K z_K$ удобно расположить в точке К пересечения оси рабочих колебаний ЧЭ с горизонтальной поверхностью основания ЛГ. Начало СК $O_M x_M y_M z_M$ поместим внутри моноблока в центре масс ЧЭ (точка М).

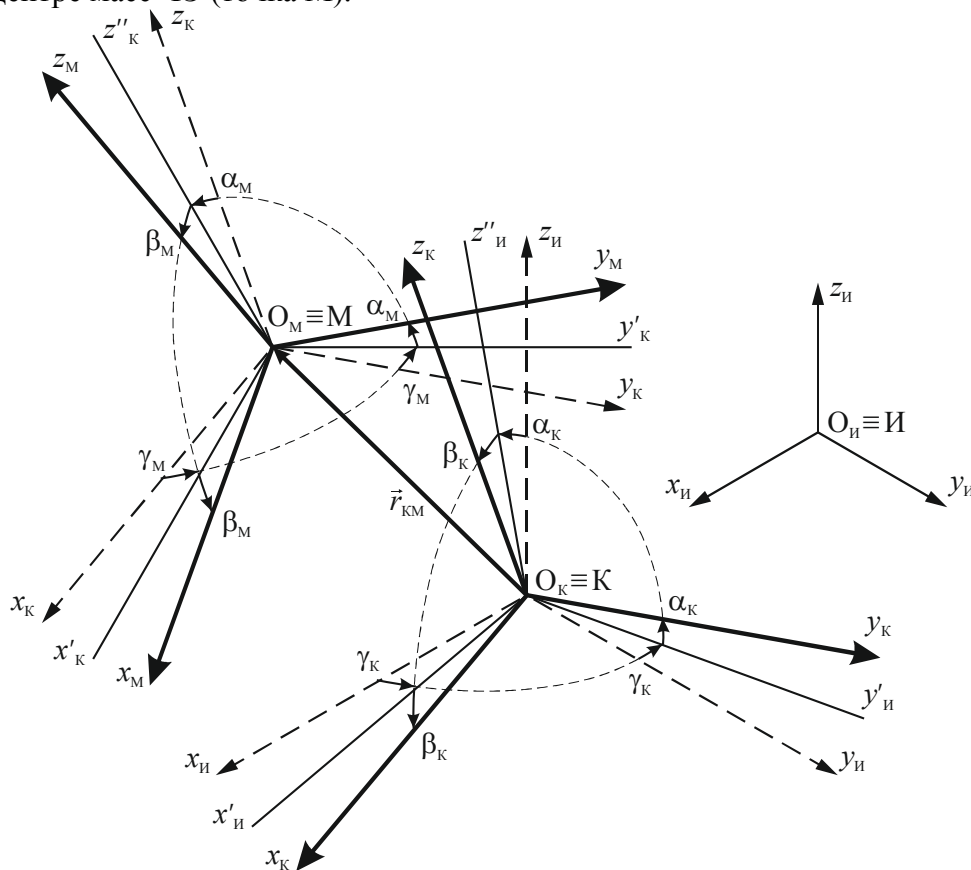


Рис. 2

Интерес представляет относительное движение ЧЭ вместе с транспарантом в СК $O_K x_K y_K z_K$. Положение точки М определяется вектором \mathbf{r}_{KM} . Ориентацию ЧЭ удобно определять с помощью трех углов, аналогичных углам Тейта—Брайана [16]. В настоящей работе повороты осуществляются последовательно по углам: γ_M , α_M , β_M . Движение ЧЭ будем характеризовать приложенными к точке М векторами относительной поступательной скорости $\mathbf{V}_{M \text{ отн}}$, поступательного ускорения $\mathbf{W}_{M \text{ отн}}$, угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{M \text{ отн}}$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_{M \text{ отн}}$.

При построении модели необходимо учитывать движение корпуса ЛГ, совершаемое, в свою очередь, относительно инерциальной СК $O_I x_I y_I z_I$. Ориентация корпуса ЛГ относительно этой СК описывается аналогично с помощью углов последовательных поворотов γ_K , α_K , β_K . Движение корпуса ЛГ будем характеризовать приложенными к точке К векторами линейного ускорения \mathbf{W}_K , угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_K$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_K$, которые обычно известны из условий движения объекта с установленным ЛГ.

Рассмотрим поступательное движение центра масс ЧЭ относительно корпуса ЛГ. Применяя теорему о движении центра масс системы материальных точек [17, 18], запишем уравнение этого движения:

$$m_{\text{ЧЭ}} \mathbf{W}_M = \mathbf{F}_{\text{ЧЭ} \Sigma}, \quad (1)$$

где $m_{\text{ЧЭ}}$ — масса ЧЭ; \mathbf{W}_M — вектор абсолютного ускорения его центра масс; $\mathbf{F}_{\text{ЧЭ} \Sigma}$ — сумма всех внешних сил, действующих на ЧЭ. Предполагается, что координаты векторов при рассмотрении поступательного движения записываются в СК $O_K x_K y_K z_K$ как в основной, если специально не оговорено иное.

Используя теорему Кориолиса о сложении ускорений, представим \mathbf{W}_M в виде суммы относительного $\mathbf{W}_{M \text{отн}}$, переносного $\mathbf{W}_{M \text{пер}}$ и кориолисова $\mathbf{W}_{M \text{кор}}$ ускорений:

$$\mathbf{W}_M = \mathbf{W}_{M \text{отн}} + \mathbf{W}_{M \text{пер}} + \mathbf{W}_{M \text{кор}} = \ddot{\mathbf{r}}_{KM} + \mathbf{W}_K + \boldsymbol{\varepsilon}_K \times \mathbf{r}_{KM} + \boldsymbol{\omega}_K \times [\boldsymbol{\omega}_K \times \mathbf{r}_{KM}] + 2\boldsymbol{\omega}_K \times \dot{\mathbf{r}}_{KM}. \quad (2)$$

В модели учитываются: силы упругости со стороны каждого торсиона, сила вязкого демпфирования, сила тяжести и вызывающие рабочие колебания ЧЭ активные силы.

Сила упругости $\mathbf{F}_{\Pi \text{упр}}$, возникающая со стороны одного из торсионов и приложенная в точке Π его сочленения с пластиной моноблока ЧЭ, описывается выражением:

$$\mathbf{F}_{\Pi \text{упр}} = -K_{\text{тор}} \Delta \mathbf{r}_{\Pi} = -K_{\text{тор}} (\Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{пост}} + \Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{угл}}), \quad (3)$$

где $K_{\text{тор}}$ — матрица коэффициентов упругости торсиона; $\Delta \mathbf{r}_{\Pi}$ — изменение положения точки Π , обусловленное двумя движениями: поступательным перемещением центра масс ЧЭ $\Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{пост}}$ и перемещением $\Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{угл}}$ точки Π вследствие изменения угловой ориентации ЧЭ.

Поступательное перемещение $\Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{пост}}$ определяется изменением вектора \mathbf{r}_{KM} : $\Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{пост}} = \mathbf{r}_{KM} - \mathbf{r}_{KM0}$, где \mathbf{r}_{KM0} — его начальное значение. Перемещение $\Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{угл}}$ связано с изменением матрицы ориентации ЧЭ A_M : $\Delta \mathbf{r}_{\Pi \text{угл}} = \Delta A_M \mathbf{r}_{M\Pi}^{(M)}$, где $\mathbf{r}_{M\Pi}^{(M)}$ — вектор, соединяющий точки M и Π , координаты которого записаны в СК $O_M x_M y_M z_M$. Далее верхним индексом в круглых скобках будем при необходимости обозначать запись координат вектора в соответствующей СК. Углы $\gamma_M, \alpha_M, \beta_M$ малы, поэтому матрицу A_M можно представить в виде:

$$A_M = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_M & \beta_M \\ \gamma_M & 1 & -\alpha_M \\ -\beta_M & \alpha_M & 1 \end{pmatrix}.$$

Поскольку в анализируемом ЛГ применяются четыре торсиона, сила упругости должна вычисляться для каждого из них. При этом каждый i -й торсион характеризуется своей матрицей $K_{\text{тор} i}$ и индивидуальным значением расстояния $\mathbf{r}_{M\Pi i}^{(M)}$. Результирующая сила упругости торсионов равна сумме отдельных сил упругости $\mathbf{F}_{\Pi \text{упр} i}$.

В силу близости параметров отдельных торсионов и их диаметрального расположения будем рассматривать суммарную силу демпфирования $\mathbf{F}_{M \text{демп} \Sigma}$, приложенную к точке M :

$$\mathbf{F}_{M \text{демп} \Sigma} = -D_{\text{тор} \Sigma} \mathbf{V}_{M \text{отн}} = -D_{\text{тор} \Sigma} \dot{\mathbf{r}}_{KM}, \quad (4)$$

где $D_{\text{тор} \Sigma}$ — матрица коэффициентов демпфирования совокупности торсионов.

Проекции ускорения свободного падения $\mathbf{g}_{\text{тяж}}$ на оси СК $O_{\text{И}}x_{\text{И}}y_{\text{И}}z_{\text{И}}$ постоянны. Это ускорение необходимо с помощью матрицы ориентации корпуса ЛГ $A_{\text{К}}$ спроецировать на оси СК $O_{\text{К}}x_{\text{К}}y_{\text{К}}z_{\text{К}}$, в которой проводится рассмотрение. Тогда сила тяжести $\mathbf{F}_{\text{М тяж}}$ примет вид:

$$\mathbf{F}_{\text{М тяж}} = m_{\text{ЧЭ}} A_{\text{К}}^{-1} \mathbf{g}_{\text{тяж}}, \quad (5)$$

где

$$A_{\text{К}} = \begin{pmatrix} \cos \gamma_{\text{К}} \cos \beta_{\text{К}} - \sin \gamma_{\text{К}} \sin \alpha_{\text{К}} \sin \beta_{\text{К}} & -\sin \gamma_{\text{К}} \cos \alpha_{\text{К}} & \cos \gamma_{\text{К}} \sin \beta_{\text{К}} + \sin \gamma_{\text{К}} \sin \alpha_{\text{К}} \cos \beta_{\text{К}} \\ \sin \gamma_{\text{К}} \cos \beta_{\text{К}} + \cos \gamma_{\text{К}} \sin \alpha_{\text{К}} \sin \beta_{\text{К}} & \cos \gamma_{\text{К}} \cos \alpha_{\text{К}} & \sin \gamma_{\text{К}} \sin \beta_{\text{К}} - \cos \gamma_{\text{К}} \sin \alpha_{\text{К}} \cos \beta_{\text{К}} \\ -\cos \alpha_{\text{К}} \sin \beta_{\text{К}} & \sin \alpha_{\text{К}} & \cos \alpha_{\text{К}} \cos \beta_{\text{К}} \end{pmatrix}.$$

Активные силы, вызывающие рабочие колебания ЧЭ, создаются пьезопроводом торсионов, приложены в местах их крепления к ЧЭ и действуют в плоскости, параллельной основанию корпуса ЛГ. Эти силы имеют периодический характер. Учитывая это, представим силу $\mathbf{F}_{\text{П акт}}$, созданную одним торсионом и приложенную в точке П, в виде:

$$\mathbf{F}_{\text{П акт}} = F_{\text{П акт } 0} \begin{pmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \end{pmatrix}^T \sin(\Omega_{\text{ген}} t), \quad (6)$$

где $F_{\text{П акт } 0}$ — амплитуда активной силы; θ — угол в плоскости основания ЛГ между осью $O_{\text{К}}x_{\text{К}}$ и линией установки выбранного торсиона на корпусе; $\Omega_{\text{ген}}$ — частота генерации сигналов управления в пьезопроводе торсиона; t — время.

Каждому торсиону соответствует свое значение угла θ_i . При этом предполагается, что параметры $F_{\text{П акт } 0}$ и $\Omega_{\text{ген}}$ для всех торсионов одинаковы. Результирующая активная сила характеризуется суммой отдельных сил $\mathbf{F}_{\text{П акт } i}$.

Учитывая все рассмотренные силы, запишем:

$$\mathbf{F}_{\text{ЧЭ } \Sigma} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{F}_{\text{П упр } i} + \mathbf{F}_{\text{М демп } \Sigma} + \mathbf{F}_{\text{М тяж}} + \sum_{i=1}^4 \mathbf{F}_{\text{П акт } i}. \quad (7)$$

Подставив выражения (2)—(7) в (1), получим уравнение поступательного движения ЧЭ относительно СК $O_{\text{К}}x_{\text{К}}y_{\text{К}}z_{\text{К}}$:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{\text{КМ}} = & -\mathbf{W}_{\text{К}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{К}} \times \mathbf{r}_{\text{КМ}} - \boldsymbol{\omega}_{\text{К}} \times [\boldsymbol{\omega}_{\text{К}} \times \mathbf{r}_{\text{КМ}}] - 2\boldsymbol{\omega}_{\text{К}} \times \dot{\mathbf{r}}_{\text{КМ}} + A_{\text{К}}^{-1} \mathbf{g}_{\text{тяж}} + \\ & + 1/m_{\text{ЧЭ}} \left[-\sum_{i=1}^4 K_{\text{тор } i} \left(\mathbf{r}_{\text{КМ}} - \mathbf{r}_{\text{КМ } 0} + \Delta A_{\text{М}} \mathbf{r}_{\text{МП } i}^{(\text{М})} \right) - D_{\text{тор } \Sigma} \dot{\mathbf{r}}_{\text{КМ}} + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^4 F_{\text{П акт } 0} \begin{pmatrix} -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \end{pmatrix}^T \sin(\Omega_{\text{ген}} t) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Это соотношение дополняется кинематическими уравнениями движения корпуса ЛГ относительно инерциального пространства, которые с учетом уравнения Пуассона имеют вид:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{К}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{К}}, \quad \dot{\Lambda}_{\text{К}} = \frac{1}{2} \Lambda_{\text{К}} \circ \boldsymbol{\omega}_{\text{К}}, \quad (9)$$

где $\Lambda_{\text{К}}$ — кватернион ориентации корпуса ЛГ, соответствующий матрице $A_{\text{К}}$; символом „ \circ “ обозначена операция умножения кватернионов.

Перейдем к рассмотрению вращательного движения ЧЭ. Вследствие того, что кольцевой лазер в общем случае не является симметричным и динамически сбалансированным, положение главных осей инерции ЧЭ оказывается нетривиальным. Вместо них в модели из соображений удобства используются оси СК $O_{\text{М}}x_{\text{М}}y_{\text{М}}z_{\text{М}}$, вокруг которых дополнительно воз-

никают центробежные моменты инерции. Координаты векторов, участвующих в дальнейшем рассмотрении, будем записывать в этой СК, если специально не оговорено иное.

Для описания вращательного движения использованы динамические уравнения Эйлера [17, 18], записанные в векторной форме:

$$I_{\text{ЧЭ}} \boldsymbol{\varepsilon}_M + \boldsymbol{\omega}_M \times (I_{\text{ЧЭ}} \boldsymbol{\omega}_M) = \mathbf{M}_{\text{ЧЭ} \Sigma}, \quad (10)$$

где $I_{\text{ЧЭ}}$ — матрица тензора инерции ЧЭ; $\boldsymbol{\varepsilon}_M$ — приложенное в точке М абсолютное угловое ускорение ЧЭ; $\boldsymbol{\omega}_M$ — приложенная в точке М абсолютная угловая скорость ЧЭ; $\mathbf{M}_{\text{ЧЭ} \Sigma}$ — сумма всех внешних моментов, приложенных к ЧЭ.

По формуле сложения угловых ускорений получим:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_M = \boldsymbol{\varepsilon}_{M \text{ отн}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{M \text{ пер}} + \boldsymbol{\omega}_{M \text{ пер}} \times \boldsymbol{\omega}_{M \text{ отн}} = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{M \text{ отн}} + A_M^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_K^{(K)} + \left(A_M^{-1} \boldsymbol{\omega}_K^{(K)} \right) \times \boldsymbol{\omega}_{M \text{ отн}}, \quad (11)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}_{M \text{ пер}}$ — переносное угловое ускорение ЧЭ в точке М; $\boldsymbol{\omega}_{M \text{ пер}}$ — переносная угловая скорость ЧЭ в точке М.

Абсолютная угловая скорость вращения ЧЭ складывается из относительной и переносной:

$$\boldsymbol{\omega}_M = \boldsymbol{\omega}_{M \text{ отн}} + \boldsymbol{\omega}_{M \text{ пер}} = \boldsymbol{\omega}_{M \text{ отн}} + A_M^{-1} \boldsymbol{\omega}_K^{(K)}. \quad (12)$$

В модели учитываются: моменты сил упругости и активных сил, действующих со стороны каждого торсиона, упругие моменты кручения торсионов, момент вязкого демпфирования. Другие рассмотренные ранее силы не создают моментов, поскольку приложены к центру масс ЧЭ.

Момент действующих со стороны торсиона сил $\mathbf{M}_{M \text{ сил}}$ относительно центра М описывается векторным произведением вида:

$$\mathbf{M}_{M \text{ сил}} = \mathbf{r}_{M\Pi} \times \left[A_M^{-1} \left(\mathbf{F}_{\Pi \text{ упр}}^{(K)} + \mathbf{F}_{\Pi \text{ акт}}^{(K)} \right) \right]. \quad (13)$$

Этот момент должен вычисляться для каждого торсиона. Результирующий момент сил характеризуется суммой отдельных моментов $\mathbf{M}_{M \text{ сил } i}$.

Вызванный кручением торсиона упругий момент $\mathbf{M}_{M \text{ упр}}$ определяется моментами $M_{\alpha \text{ упр}} = -g_{\text{тор } \alpha} \alpha_M$, $M_{\beta \text{ упр}} = -g_{\text{тор } \beta} \beta_M$, $M_{\gamma \text{ упр}} = -g_{\text{тор } \gamma} \gamma_M$, возникающими при соответствующем изменении углов α_M , β_M , γ_M . Величины $g_{\text{тор } \alpha}$, $g_{\text{тор } \beta}$, $g_{\text{тор } \gamma}$ являются коэффициентами жесткости торсиона при кручении по указанным углам последовательных поворотов.

Моменты $M_{\alpha \text{ упр}}$, $M_{\beta \text{ упр}}$, $M_{\gamma \text{ упр}}$ направлены вдоль подвижных осей $O_M x'_K$, $O_M y'_M$, $O_M z'_K$ соответственно (см. рис. 2), поэтому их необходимо спроецировать на оси СК $O_M x_M y_M z_M$. После этого выражение для упругого момента кручения торсиона примет вид:

$$\mathbf{M}_{M \text{ упр}} = \begin{pmatrix} \cos \beta_M & 0 & -\cos \alpha_M \sin \beta_M \\ 0 & 1 & \sin \alpha_M \\ \sin \beta_M & 0 & \cos \alpha_M \cos \beta_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{\alpha \text{ упр}} \\ M_{\beta \text{ упр}} \\ M_{\gamma \text{ упр}} \end{pmatrix} = -B_M G_{\text{тор}} \begin{pmatrix} \alpha_M \\ \beta_M \\ \gamma_M \end{pmatrix} \approx -G_{\text{тор}} \begin{pmatrix} \alpha_M \\ \beta_M \\ \gamma_M \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где B_M — матрица перехода в СК $O_M x_M y_M z_M$; $G_{\text{тор}}$ — матрица коэффициентов жесткости торсиона при кручении. Поскольку углы α_M , β_M , γ_M малы, матрицей B_M можно пренебречь. Каждый торсион характеризуется отдельным значением матрицы $G_{\text{тор } i}$. Результирующий момент равен сумме индивидуальных моментов $\mathbf{M}_{M \text{ упр } i}$.

Аналогично случаю поступательного движения будем рассматривать один общий момент демпфирования $\mathbf{M}_{\text{М демп } \Sigma}$ вместо суммы моментов, создаваемых каждым торсионом. Общий момент демпфирования складывается из моментов $M_{\alpha \text{ демп}} = -h_{\text{тор } \alpha} \dot{\alpha}_{\text{М}}$, $M_{\beta \text{ демп}} = -h_{\text{тор } \beta} \dot{\beta}_{\text{М}}$, $M_{\gamma \text{ демп}} = -h_{\text{тор } \gamma} \dot{\gamma}_{\text{М}}$, в которых $h_{\text{тор } \alpha}$, $h_{\text{тор } \beta}$, $h_{\text{тор } \gamma}$ — коэффициенты демпфирования совокупности торсионов при кручении по соответствующим углам последовательных поворотов; $\dot{\alpha}_{\text{М}}$, $\dot{\beta}_{\text{М}}$, $\dot{\gamma}_{\text{М}}$ — скорости изменения этих углов.

Как и в предыдущем случае, моменты $M_{\alpha \text{ демп}}$, $M_{\beta \text{ демп}}$, $M_{\gamma \text{ демп}}$ направлены вдоль подвижных осей и должны быть приведены в СК $O_{\text{М}}x_{\text{М}}y_{\text{М}}z_{\text{М}}$ с использованием матрицы $B_{\text{М}}$. Для получения величин $\dot{\alpha}_{\text{М}}$, $\dot{\beta}_{\text{М}}$, $\dot{\gamma}_{\text{М}}$ воспользуемся заданной в СК $O_{\text{М}}x_{\text{М}}y_{\text{М}}z_{\text{М}}$ относительной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}}$, которую, наоборот, необходимо привести к подвижным осям с помощью матрицы $B_{\text{М}}^{-1}$. С учетом этого вектор $\mathbf{M}_{\text{М демп } \Sigma}$ примет вид:

$$\mathbf{M}_{\text{М демп } \Sigma} = -B_{\text{М}} H_{\text{тор } \Sigma} B_{\text{М}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}} \approx -H_{\text{тор } \Sigma} \boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}}, \quad (15)$$

где $H_{\text{тор } \Sigma}$ — матрица коэффициентов демпфирования совокупности торсионов при кручении. В силу малости углов $\alpha_{\text{М}}$, $\beta_{\text{М}}$, $\gamma_{\text{М}}$ матрицами $B_{\text{М}}$ и $B_{\text{М}}^{-1}$ можно пренебречь.

Учитывая сказанное, запишем:

$$\mathbf{M}_{\text{ЧЭ } \Sigma} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{M}_{\text{М сил } i} + \sum_{i=1}^4 \mathbf{M}_{\text{М упр } i} + \mathbf{M}_{\text{М демп } \Sigma}. \quad (16)$$

Подставив выражения (11)—(16) в (10), получим уравнение вращательного движения ЧЭ:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{М отн}} = & -A_{\text{М}}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{К}}^{(\text{К})} - \left(A_{\text{М}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{К}}^{(\text{К})} \right) \times \boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}} - \\ & - I_{\text{ЧЭ}}^{-1} \left[\left(\boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}} + A_{\text{М}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{К}}^{(\text{К})} \right) \times \left[I_{\text{ЧЭ}} \left(\boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}} + A_{\text{М}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{К}}^{(\text{К})} \right) \right] \right] + \\ & + I_{\text{ЧЭ}}^{-1} \left[\sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_{\text{МП } i} \times \left[A_{\text{М}}^{-1} \left(\mathbf{F}_{\text{П упр } i}^{(\text{К})} + \mathbf{F}_{\text{П акт } i}^{(\text{К})} \right) \right] - \sum_{i=1}^4 G_{\text{тор } i} (\alpha_{\text{М}} \quad \beta_{\text{М}} \quad \gamma_{\text{М}})^{\text{T}} - H_{\text{тор } \Sigma} \boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Это выражение дополняется кинематическим уравнением движения ЧЭ относительно корпуса ЛГ:

$$\dot{\Lambda}_{\text{М}} = \frac{1}{2} \Lambda_{\text{М}} \circ \boldsymbol{\omega}_{\text{М отн}}, \quad (18)$$

где $\Lambda_{\text{М}}$ — кватернион ориентации ЧЭ, соответствующий матрице $A_{\text{М}}$. Таким образом, полная модель движения ЧЭ с транспарантом относительно корпуса ЛГ состоит из уравнений (8), (9), (17) и (18).

Движение объектива рассматривается аналогичным образом, за исключением некоторых отличий: объектив связан с корпусом ЛГ одним упругим элементом (подвес актуатора) вместо четырех (торсионы); в силу симметрии все силы, действующие на объектив, приложены в его центре масс и поэтому не создают моментов. Уравнения движения объектива имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{\text{КЛ}} = & -\mathbf{W}_{\text{К}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{К}} \times \mathbf{r}_{\text{КЛ}} - \boldsymbol{\omega}_{\text{К}} \times [\boldsymbol{\omega}_{\text{К}} \times \mathbf{r}_{\text{КЛ}}] - 2\boldsymbol{\omega}_{\text{К}} \times \dot{\mathbf{r}}_{\text{КЛ}} + A_{\text{К}}^{-1} \mathbf{g}_{\text{тяж}} + \\ & + 1/m_{\text{об}} \left[-K_{\text{под}} (\mathbf{r}_{\text{КЛ}} - \mathbf{r}_{\text{КЛ } 0}) - D_{\text{под}} \dot{\mathbf{r}}_{\text{КЛ}} + \mathbf{F}_{\text{Л акт}} \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{Л отн}} = & -A_{\text{Л}}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{К}}^{(\text{К})} - \left(A_{\text{Л}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{К}}^{(\text{К})} \right) \times \boldsymbol{\omega}_{\text{Л отн}} - \\ & -I_{\text{об}}^{-1} \left[\left(\boldsymbol{\omega}_{\text{Л отн}} + A_{\text{Л}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{К}}^{(\text{К})} \right) \times \left[I_{\text{об}} \left(\boldsymbol{\omega}_{\text{Л отн}} + A_{\text{Л}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{К}}^{(\text{К})} \right) \right] \right] + \\ & + I_{\text{об}}^{-1} \left[-G_{\text{под}} \left(\alpha_{\text{Л}} \quad \beta_{\text{Л}} \quad \gamma_{\text{Л}} \right)^{\text{T}} - H_{\text{под}} \boldsymbol{\omega}_{\text{Л отн}} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\dot{\Lambda}_{\text{Л}} = \frac{1}{2} \Lambda_{\text{Л}} \circ \boldsymbol{\omega}_{\text{Л отн}}, \quad (21)$$

где $\mathbf{r}_{\text{КЛ}}$ — вектор, соединяющий точку К с точкой Л, расположенной внутри линзы объектива в его центре масс; $m_{\text{об}}$ — масса объектива; $K_{\text{под}}$ и $D_{\text{под}}$ — матрицы коэффициентов жесткости и демпфирования подвеса объектива; $\mathbf{F}_{\text{Л акт}}$ — сила, развиваемая актуатором; $\boldsymbol{\omega}_{\text{Л отн}}$ — вектор относительной угловой скорости линзы объектива; $\alpha_{\text{Л}}, \beta_{\text{Л}}, \gamma_{\text{Л}}$ — углы ориентации линзы объектива; $A_{\text{Л}}$ и $\Lambda_{\text{Л}}$ — соответствующие этим углам матрица и кватернион; $I_{\text{об}}$ — матрица тензора инерции объектива; $G_{\text{под}}$ и $H_{\text{под}}$ — матрицы коэффициентов жесткости и демпфирования подвеса при кручении. Полная модель движения объектива относительно корпуса ЛГ состоит из уравнений (19)—(21) и (9).

Результаты моделирования. Построенная динамическая модель ОЭИС исследовалась путем численного интегрирования приведенных ранее уравнений. Работу модели, в частности, демонстрируют рис. 3 (положение центра масс ЧЭ), 4 (ориентация ЧЭ), на которых показан участок движения ЧЭ в момент запуска вибропривода гироскопа при условии отсутствия дополнительных внешних возмущений. В модели использовались параметры серийного ЛГ. Начальное положение центра масс ЧЭ рассчитывалось с погрешностью 1 мкм за счет возможностей конечно-элементного анализа программы Solidworks, в которой реализована 3D-модель этого гироскопа. Из-за наличия узлов, неравномерно закрепленных на моноблоке ЧЭ, его центр масс не совпадает с геометрическим центром, через который в начальном положении проходят ось чувствительности, ось колебаний и ось $O_{\text{КЗК}}$. Это также приводит к динамической разбалансировке и наличию центробежных моментов инерции. Начальные смещения по осям $O_{\text{КХК}}$ и $O_{\text{КУК}}$ составили $-0,070$ и $1,323$ мм, начальное положение центра масс ЧЭ вдоль оси $O_{\text{КЗК}}$ — $57,446$ мм. Интегрирование уравнений модели осуществлялось в программе MatLab, которая использует числа с плавающей точкой двойной точности. Это позволило вычислять положение ЧЭ относительно начального с высоким разрешением.

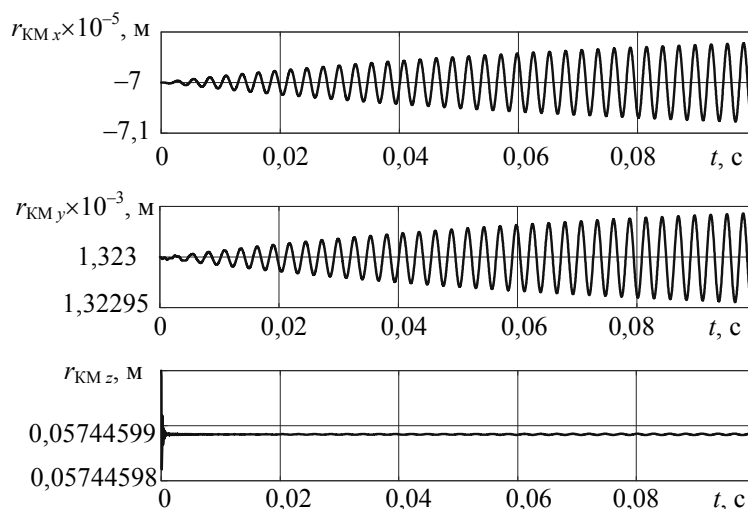


Рис. 3

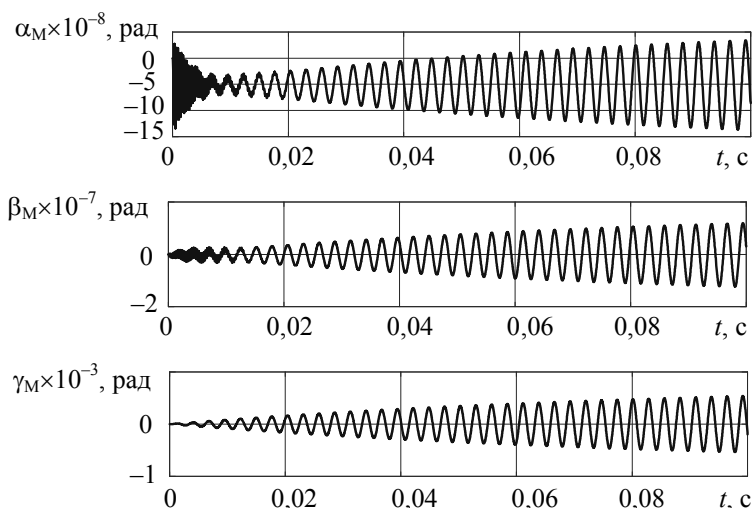


Рис. 4

Из рис. 3 видно, что в процессе рабочих колебаний центр масс ЧЭ перемещается в плоскости этих колебаний (координаты x и y). Это обусловлено упомянутым несовпадением центра масс с геометрическим, а также разбалансировкой кольцевого лазера. Отметим, что центр масс ЧЭ незначительно сместился вниз под действием силы тяжести.

Из-за дисбаланса ЧЭ также возникают паразитные колебания (координаты α , β), что отражено на рис. 4. Паразитное движение ЧЭ приводит к отклонению положения элементов ОЭИС от номинального и негативно сказывается на точности измерений. Паразитные колебания могут стать существенными и препятствовать корректной работе ОЭИС. При воздействии внешних динамических нагрузок амплитуда этих колебаний существенно увеличивается. Моделирование движения ЧЭ в условиях возмущений, которые соответствовали реальному подвижному объекту (линейное ускорение W_K достигало $2,5g$; угловая скорость ω_K — 60 град/с), показало, что амплитуды паразитных колебаний ЧЭ при этом возрастают на порядок (до 10^{-6} рад). Они приводят к нежелательным вертикальным перемещениям края моноблока ЧЭ в месте закрепления транспаранта. При размере плеча около 50 мм (на котором установлен транспарант ОЭИС) полный размах его перемещений вдоль оси $O_K z_K$ составил более $0,1$ мкм. Эта величина влияет на оптическую схему ОЭИС и приводит к изменению амплитуды выходных сигналов. Для компенсации таких перемещений и юстировки в ОЭИС применяется система автоматической фокусировки, использующая пьезоэлектрический актуатор перемещения объектива.

В то же время паразитные колебания могут вызывать коническое движение ЧЭ, что приводит к дополнительной кинематической погрешности ЛГ [19]. В современных приборах эта погрешность не учитывается. Однако использование сигналов управления системой автофокусировки позволит определять величины паразитных колебаний и проводить соответствующую компенсацию. Это является дополнительным преимуществом ОЭИС.

Как и следовало ожидать, наибольшую амплитуду имеют рабочие колебания ЧЭ (координата γ), частота которых по результатам моделирования составила 370 Гц. Это значение соответствует реальному ЛГ, параметры которого использованы в модели, что подтверждает адекватность ее работы.

Заключение. В работе построена динамическая модель оптико-электронной системы, предназначенной для измерения параметров колебаний чувствительного элемента в лазерном гироскопе с виброподставкой. Поступательное движение элементов системы описано с помощью теоремы о движении центра масс совокупности материальных точек. Для описания вращательного движения использованы динамические уравнения Эйлера и некоторые кине-

математические соотношения. Численное моделирование подтверждает адекватность работы модели, а также показывает наличие паразитного движения ЧЭ, которое приводит к отклонению положения элементов измерительной системы от номинального.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aronowitz F.* Fundamentals of the ring laser gyro // *Optical gyros and their application*. RTO-AG-339. 1999. P. 3-1—3-45.
2. *Лукьянов Д. П.* и др. 50 лет лазерному гироскопу // XX СПб междунар. конф. по интегрированным навигационным системам: матер. конф. СПб: ЦНИИ „Электроприбор“, 2013. С. 7—21.
3. *Пешехонов В. Г.* Перспективы развития гироскопии // *Гироскопия и навигация*. 2020. Т. 28, № 2(109). С. 3—10. DOI: 10.17285/0869-7035.0028.
4. *Лукьянов Д. П., Распопов В. Я., Филатов Ю. В.* Прикладная теория гироскопов. СПб: ЦНИИ „Электроприбор“, 2015. 316 с.
5. Pat. US4411527. Ring laser gyroscope with compensation / *G. Gamertsfelder, B. Ljung*. 25 Oct. 1983.
6. *Ansheng C., Jianli L., Zhongyi C.* Dither signal removal of ring laser gyro POS based on combined digital filter // *Proc. 8th IEEE Intern. Symp. on instrumentation and control technology (ISICT)*. London, 2012. P. 178—182. DOI: 10.1109/ISICT.2012.6291615.
7. *Чиркин М. В., Мишин В. Ю., Морозов Д. А.* и др. Фильтрация выходных сигналов триады лазерных гироскопов // XXI СПб междунар. конф. по интегрированным навигационным системам: материалы конф. СПб: ЦНИИ „Электроприбор“, 2014. С. 327—329.
8. *Regimani B., Das K., Rao K.* Development of multistage digital filters for dither signal removal in ring laser gyro // *Frequenz*. 2019. Vol. 73. P. 123—130. DOI: <https://doi.org/10.1515/freq-2018-0195>.
9. *Региману Б., Дас К. Ч., Рао К. С.* и др. Фильтрация вибросигнала лазерного гироскопа с использованием вейвлет-преобразования // *Гироскопия и навигация*. 2019. Т. 27, № 3(106). С. 71—86. DOI: 10.17285/0869-7035.0008.
10. *Regimani B., Das K., Rao K.* et al. Dither signal filtering in ring laser gyroscope using modified Stockwell transform // *IEEE sensors letters*. 2018. Vol. 2, N 3. P. 1—4. DOI: 10.1109/LESENS.2018.2865426.
11. *Климкович Б. В., Толочко А. М.* Корректирующий фильтр для одноосного кольцевого лазерного гироскопа на виброподставке // *Гироскопия и навигация*. 2016. Т. 24, № 2(93). С. 41—55. DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.2.041-055.
12. *Banerjee K., Dam B., Majumdar K.* et al. An improved dither-stripping scheme for strapdown ring laser gyroscopes // *Proc. 2004 IEEE region 10 Conf. TENCON 2004*. Vol. A(1). Chiang Mai, 2004. P. 689—692. DOI: 10.1109/TENCON.2004.1414514.
13. *Чесноков Г. И., Поликовский Е. Ф., Молчанов А. В.* и др. Некоторые пути улучшения тактико-технических характеристик бесплатформенных инерциальных навигационных систем // X СПб междунар. конф. по интегрированным навигационным системам: матер. конф. СПб: ЦНИИ „Электроприбор“, 2003. С. 155—164.
14. *Авицев А. А.* Оптико-электронная система для измерения параметров колебаний виброподставки в кольцевом лазерном гироскопе // *Изв. ТулГУ. Технические науки*. 2016. № 6. С. 14—25.
15. *Авицев А. А., Енин В. Н.* Распределение амплитуды оптического поля на транспаранте оптико-электронной системы для измерения параметров виброподставки в лазерном гироскопе // *Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики*. 2018. Т. 18, № 2. С. 197—204. DOI: 10.17586/2226-1494-2018-18-2-197-204.
16. *Bishop R.* Mechatronic systems, sensors, and actuators. CRC-Press, 2007. 692 p.
17. *Аппель П.* Теоретическая механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960. Т. 2. 487 с.
18. *Айзерман М. А.* Классическая механика. М.: Наука, 1980. 368 с.
19. *Кветкин Г. А.* Инструментальные погрешности измерительного блока на базе триады лазерных гироскопов при динамических возмущениях: дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 206 с.

Алексей Андреевич Авиев

— ООО «НПК „Электрооптика“», системный отдел; ведущий специалист; E-mail: aviev.aleksey@gmail.com

Виталий Николаевич Енин

— д-р техн. наук, профессор; МГТУ им. Н.Э. Баумана, кафедра электротехники и промышленной электроники (ФН-7)

Поступила в редакцию
23.12.2020 г.

Ссылка для цитирования: Авиев А. А., Енин В. Н. Динамическая модель оптико-электронной системы измерения параметров виброподставки в лазерном гироскопе // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 4. С. 276—287.

DYNAMIC MODEL OF AN OPTOELECTRONIC SYSTEM FOR MEASURING THE PARAMETERS OF A VIBRATION SUPPORT IN A LASER GYROSCOPE

A. A. Aviev¹, V. N. Enin²

¹Scientific and Production Complex "Electrooptika" LLC, 107076, Moscow, Russia
E-mail: aviev.aleksey@gmail.com

²Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russia

An optoelectronic system that measures relative vibration parameters of a laser gyro sensing element in the dither mode is studied. The system enables to compensate the component of the gyro output signal caused by the oscillations. The measuring system under consideration consists of a flat miniature pattern plate mounted on the sensing element monoblock, an optoelectronic module mounted on the laser gyro body and an electronic unit for processing electrical signals. The system operation is based on registration of laser radiation reflected from areas of the pattern plate with micromarks. A dynamic model of the measuring system is constructed with the use of equations of analytical mechanics. The developed model enables to study translational and rotational motions of the system elements. Results of numerical modeling of the motion of the gyroscope sensing element rigidly connected to the pattern plate, are presented. It is anticipated that the motion parameters obtained with the model will make it possible to estimate the instrumental errors of the measuring system.

Keywords: laser gyro, ring laser, dither system, optoelectronic system, mathematical model

REFERENCES

1. Aronowitz F. *Optical gyros and their application*, RTO-AG-339, 1999, pp. 3-1–3-45.
2. Luk'yanov D.P. et al. *XX Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* (XX St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems) Conference Proceedings, St. Petersburg, 2013, pp. 7–21. (in Russ.)
3. Peshkhonov V.G. *Gyroscopy and Navigation*, 2020, no. 2(28), pp. 3–10, DOI: 10.17285/0869-7035.0028. (in Russ.)
4. Lukyanov D.P., Raspopov V.Ya., Filatov Yu.V. *Prikladnaya teoriya giroskopov* (Applied Theory of Gyroscopes), St. Petersburg, 2015, 316 p. (in Russ.)
5. Patent US4411527, *Ring laser gyroscope with compensation*, G. Gamertsfelder, B. Ljung, Oct. 25, 1983.
6. Ansheng C., Jianli L., Zhongyi C. *Proc. 8th IEEE international symposium on instrumentation and control technology (ISICT)*, London, 2012, pp. 178–182. DOI: 10.1109/ISICT.2012.6291615.
7. Chirkin M.V., Mishin V.Yu., Morozov D.A. et al. *XX Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* (XX St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems) Conference Proceedings, St. Petersburg, 2014, pp. 327–329. (in Russ.)
8. Regimanu B., Das K., Rao K. *Frequenz*, 2019, vol. 73, pp. 123–130, DOI: <https://doi.org/10.1515/freq-2018-0195>.
9. Regimanu B., Das K.Ch., Rao K.S., Rao N.V.K. *Gyroscopy and Navigation*, 2019, no. 3(27), pp. 71–86, DOI: 10.17285/0869-7035.0008. (in Russ.)
10. Regimanu B., Das K., Rao K. et al. *IEEE sensors letters*, 2018, no. 3(2), pp. 1–4, DOI: 10.1109/LENS.2018.2865426.
11. Klimkovich B.V., Tolochko A.M. *Gyroscopy and Navigation*, 2016, no. 2(7), pp. 137–144.
12. Banerjee K., Dam B., Majumdar K. et al. *Proc. 2004 IEEE region 10 conference TENCON 2004*, Chiang Mai, 2004, vol. A(1), pp. 689–692, DOI: 10.1109/TENCON.2004.1414514.
13. Chesnokov G.I., Polikovskiy E.F., Molchanov A.V. et al. *XX Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* (XX St. Petersburg International

- Conference on Integrated Navigation Systems) Conference Proceedings, St. Petersburg, 2003, pp. 155–164.
14. Aviev A.A. *Izvestiya Tula State University*, 2016, no. 6, pp. 14–25. (in Russ.)
 15. Aviev A.A., Enin V.N. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, no. 2(18), pp. 197–204, DOI: 10.17586/2226-1494-2018-18-2-197-204.
 16. Bishop R. *Mechatronic systems, sensors, and actuators*, CRC Press, 2007, 692 p.
 17. Appell P. *Traite de mecanique rationnelle*, 1904, T. 2, 562 p.
 18. Ayzerman M.A. *Klassicheskaya mekhanika* (Classic Mechanics), Moscow, 1980, 368 p. (in Russ.)
 19. Kvetkin G.A. *Instrumental'nyye pogreshnosti izmeritel'nogo bloka na baze triady lazernykh giroskopov pri dinamicheskikh vozmushcheniyakh* (Instrumental Errors of the Measuring Unit Based on the Triad of Laser Gyroscopes under Dynamic Disturbances), Candidate's thesis, Moscow, 2011, 206 p. (in Russ.)

Data on authors

- Aleksey A. Aviev** — Scientific and Production Complex "Electrooptika" LLC, System Department; Leading Specialist; E-mail: aviev.aleksey@gmail.com
- Vitaly N. Enin** — Dr. Sci., Professor; Bauman Moscow State Technical University, Department of Electrical Engineering and Industrial Electronics

For citation: Aviev A. A., Enin V. N. Dynamic model of an optoelectronic system for measuring the parameters of a vibration support in a laser gyroscope. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 4. P. 276—287 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-4-276-287