

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА НАПРАВЛЕННОГО ДЕЙСТВИЯ  
АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ****В. В. Звонарев, А. В. Питрин, А. С. Попов\****Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия**\* arahar@mil.ru*

**Аннотация.** Представлена методика расчета коэффициента направленного действия адаптивной антенной решетки Уидроу при различной сигнально-помеховой обстановке. Предложенный подход используется при энергетическом расчете радиолинии на основе вектора весовых коэффициентов. Приведены результаты компьютерного моделирования, подтверждающие практическую значимость рассмотренного подхода.

**Ключевые слова:** адаптивная антенная решетка, алгоритм Уидроу, помеховая обстановка, энергетический расчет радиолинии, коэффициент направленного действия

**Ссылка для цитирования:** Звонарев В. В., Питрин А. В., Попов А. С. Методика расчета коэффициента направленного действия адаптивной антенной решетки при наличии помех // Изв. вузов. Приборостроение. 2025. Т. 68, № 3. С. 198–206. DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-3-198-206.

**METHOD OF CALCULATING THE DIRECTIVITY COEFFICIENT OF ADAPTIVE ANTENNA ARRAY  
IN THE PRESENCE OF INTERFERENCE****V. V. Zvonarev, A. V. Pitrin, A. S. Popov\****A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia**\* arahar@mil.ru*

**Abstract.** A method for calculating the directivity coefficient of the Widrow adaptive antenna array under various signal-noise conditions is described. The proposed approach is used in energy calculations of a radio link based on a vector of weight coefficients. The results of computer modeling are presented, confirming the practical significance of the approach considered.

**Keywords:** adaptive array, Widrow algorithm, interference environment, energy calculation of radio link, directivity coefficient

**For citation:** Zvonarev V. V., Pitrin A. V., Popov A. S. Method of calculating the directivity coefficient of adaptive antenna array in the presence of interference. *Journal of Instrument Engineering*. 2025. Vol. 68, N 3. P. 198–206 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-3-198-206.

**Введение.** Одним из эффективных способов борьбы с помехами в радиоканалах различного назначения при приеме сигналов является применение адаптивной антенной решетки (ААР) [1]. Известны несколько видов ААР, имеющих различные критерии оптимальности алгоритмов работы [2–5]. При встраивании ААР в радиолинию необходимо определять ее вклад в энергетический бюджет радиоканала, т.е. надо знать коэффициент усиления ААР и, в первую очередь, коэффициент направленного действия (КНД). Классическая дефиниция КНД через ширину главного лепестка диаграммы направленности (ДН) в данном случае не подходит, вследствие того что величина и форма ДН ААР может изменяться в зависимости от конкретной, заранее неизвестной, сигнально-помеховой обстановки на приемной стороне. Главный лепесток ДН может приобретать существенные искажения и принимать различную форму.

Таким образом, разработка удобной для практики методики автоматизированного расчета КНД ААР в направлении прихода полезного сигнала, учитывающей наличие и характеристики помех на входе ААР, является актуальной научной задачей. Обоснование нового инженерного

подхода к разработке такой методики, в дополнение к классическим определениям, и является целью настоящей статьи.

Разработанный подход к расчету КНД при наличии помех представлен на примере ААР Уидроу [2–5] и не противоречит существующим классическим подходам. Для наглядности и простоты обоснования предлагаемого подхода представлены результаты только для множителя плоской эквидистантной квадратной антенной решетки (АР) с равнонаправленными элементами.

**Математическая постановка задачи.** Представим АР на плоскости из  $L = N_x N_y$  элементов (рис. 1). Здесь  $N_x$  и  $N_y$  — число элементов по осям  $x$  и  $y$  соответственно.

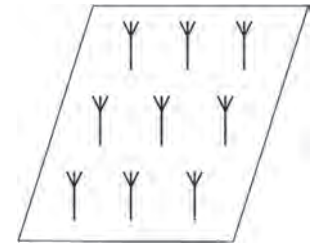


Рис. 1

На рис. 2 приведена структура устройства ААР Уидроу [2, 5], оптимизируемой по критерию минимума среднеквадратического отклонения (МСКО) выходного сигнала от эталонного; на рисунке приняты следующие обозначения: АР — антенная решетка;  $\Sigma$  — вычитающее устройство; БВК — блок вычисления вектора оптимальных весовых коэффициентов  $\mathbf{w}_{opt}$ ; БВС — блок взвешенного суммирования;  $y_0$  — напряжение на выходе БВС и ААР;  $d$  — эталонный сигнал;  $\varepsilon = d - y_0$  — напряжение на выходе вычитающего устройства; в качестве эталона  $d$  использован полезный сигнал  $s(t)$  [2, 5].

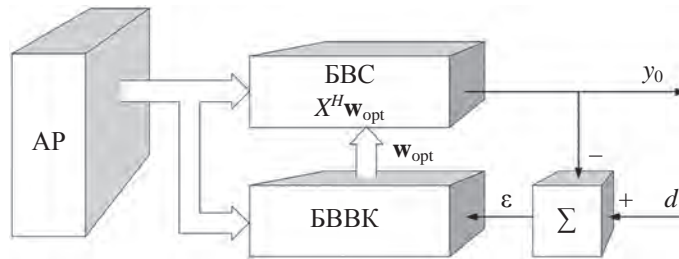


Рис. 2

Модели сигнала и помех примем как квазигармонические случайные процессы  $s_c(t)$  и  $s_{п}(t)$  с несущей частотой  $\omega_0$ , случайными фазами  $\psi_c(t)$ ,  $\psi_{п}(t)$  и амплитудами  $A_c(t)$ ,  $A_{п}(t)$ . В комплексной форме модель сигнала имеет вид

$$\dot{s}(t) = A(t)e^{-i[\omega_0 t + \psi(t)]} = \dot{A}(t)e^{-i\omega_0 t}, \tag{1}$$

где  $\dot{A}(t) = A(t)e^{-i\psi t}$  — комплексная амплитуда.

**Расчет коэффициента направленного действия адаптивной антенной решетки при наличии помех.** На выходах элементов АР имеем отклики сигнала, помех и собственных шумов элементов антенной решетки. Мощности собственного шума в каждом элементе АР в полосе частот канала примем одинаковыми и равными  $P_{ш}$ . Для удобства вычислений уровни сигнала, помехи и шума на выходе одного элемента АР, т. е. на входе АР, будем выражать в относительных единицах, а именно [6, 7]:

$$q_c = P_c/P_{ш}, q_{п} = P_{п}/P_{ш}, q_{ш} = P_{ш}/P_{ш} = 1, \tag{2}$$

где  $P_c$  и  $P_{п}$  — мощности сигнала и помехи на выходе одного элемента АР.

Напряжения с выходов элементов АР в виде векторов содержат сигнальную  $\mathbf{x}_c$ , помеховую  $\mathbf{x}_{п}$  и шумовую  $\mathbf{x}_{ш}$  составляющие, таким образом, можно написать:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_{п} + \mathbf{x}_{ш}.$$

Помех, приходящих с разных направлений и разной мощности, может быть несколько. Углы прихода сигнала и помехи равны  $\theta_c$ ,  $\theta_{п}$ ,  $\varphi_c$ ,  $\varphi_{п}$  соответственно. Тогда векторы сигнала, помех и шума на выходах элементов АР, не теряя общности, примут следующий вид:

$$\mathbf{x}_c = s_c \sqrt{q_c} \cdot \mathbf{h}_c(\varphi_c, \theta_c), \mathbf{x}_n = s_n \sqrt{q_n} \cdot \mathbf{h}_n(\varphi_n, \theta_n), \mathbf{x}_ш = \sqrt{q_ш} \cdot \mathbf{h}_ш, \quad (3)$$

где  $\mathbf{h}_c(\varphi_c, \theta_c)$  и  $\mathbf{h}_n(\varphi_n, \theta_n)$  — векторы, определяющие направления прихода сигнала и помехи (фазоры) соответственно;  $\mathbf{h}_ш$  — вектор из единиц, поскольку уровни шумов на выходах элементов АР приняты одинаковыми и не зависящими от углов;  $s_c$  и  $s_n$  — нормированные по  $\sqrt{q_c}$  и  $\sqrt{q_n}$ , соответственно, сигнал и помеха.

Ковариационная матрица  $\mathbf{R}_x$  вектора  $\mathbf{x}$  определяется как

$$\mathbf{R}_x = \langle \mathbf{x}\mathbf{x}^H \rangle, \quad (4)$$

где  $\langle \dots \rangle$  — статистическое усреднение,  $H$  — операция эрмитова сопряжения.

Напряжение на выходе сумматора будет равно

$$y_0 = \mathbf{x}^H \mathbf{w}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{w}$  — вектор весовых коэффициентов (ВВК) АР.

В процессе адаптации ВВК приобретает оптимальное по критерию МСКО значение  $\mathbf{w}_{opt}$ . Форма ДН множителя решетки АР определяется выражением

$$f(\varphi, \theta) = \mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{h}(\varphi, \theta), \quad (6)$$

где  $\varphi$  и  $\theta$  — углы условно азимута и дополнения угла к углу места до  $\pi/2$ .

Угол  $\theta$  — есть угол отклонения направления прихода сигнала от перпендикуляра к плоскости расположения элементов АР. Вектор  $\mathbf{h}(\varphi, \theta)$  — фазор АР [4, 6, 7]. Вид фазора определяется видом преобразования матрицы напряжений с выходов элементов АР в вектор, что в данном случае не принципиально. Тогда согласно критерию оптимальности МСКО вычисляется оптимальный ВВК  $\mathbf{w}_{opt}$  [2] для заданной сигнально-помеховой обстановки:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_d, \quad (7)$$

а вектор эталонного сигнала  $\mathbf{R}_d$  вычисляется по формуле

$$\mathbf{R}_d = s_c \sqrt{q_c} \cdot \mathbf{h}_c(\varphi_c, \theta_c).$$

Уровень сигнала на входе ААР определяется как  $q_{c \text{ вх}} = q_c$ . Входом ААР является выход одного элемента. Уровень сигнала на выходе ААР:  $q_{c \text{ вых}} = \mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{R}_c \mathbf{w}_{opt}$ , где  $\mathbf{R}_c$  — ковариационная матрица сигнала. Выходом ААР является выход сумматора.

Используя выражения (4)–(7), можно определить мощность полезного сигнала на выходе ААР, приходящего с направления  $(\varphi_c, \theta_c)$ :

$$q_{c \text{ вых}}(\varphi_c, \theta_c) = \langle y_c^2 \rangle = q_c \mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{h}(\varphi_c, \theta_c) \mathbf{h}(\varphi_c, \theta_c)^H \mathbf{w}_{opt}. \quad (8)$$

Если сигнал приходит перпендикулярно плоскости расположения элементов АР, то можно принять угол  $\theta_c$  равным нулю. Тогда фазор  $\mathbf{h}(\varphi_c, \theta_c)$  представляет собой вектор из единиц размерности  $L$ . В отсутствие помех ВВК — также есть вектор из единиц той же размерности. При этом уровень сигнала максимален и соответствует максимальному значению коэффициента направленного действия (КНД<sub>max</sub>). Тогда значение относительного коэффициента направленного действия ААР — КНД<sub>отн</sub> можно определить следующей формулой:

$$\text{КНД}_{отн} = \frac{q_{c \text{ вых}}(\varphi_c, \theta_c)}{q_{c \text{ вых max}}}. \quad (9)$$

Искомое значение КНД:

$$\text{КНД}_{иск} = \text{КНД}_{отн} \times \text{КНД}_{max}.$$

При моделировании построим диаграммы направленности множителя решетки ААР по мощности как при отсутствии, так и при наличии помех, нормированные относительно максимального значения КНД.

Выражение для  $q_{c \text{ вых}}(\varphi, \theta)$  является диаграммой направленности по мощности, если ВВК фиксирован и рассчитан для направления на полезный сигнал  $\theta_c = 0$ , а фазор  $\mathbf{h}(\varphi, \theta)$  является векторной функцией с переменными аргументами  $\varphi$  и  $\theta$ .

**Результаты моделирования.** Исходные данные:

— рассмотрим плоскую эквидистантную АР размерности  $N_x \times N_y$  с расстоянием между элементами  $\lambda/2$ , где  $\lambda$  — длина волны несущего колебания;

— пусть антенная решетка принимает полезный сигнал с относительным уровнем мощности  $q_c = 100$  и две помехи с уровнями 500 и 100 единиц;

— углы  $\theta$  прихода сигнала, первой и второй помех равны  $0, 25$  и  $50^\circ$  соответственно; углы  $\varphi$  прихода сигнала, первой и второй помех равны  $45, 125$  и  $25^\circ$  соответственно.

Требуется построить диаграммы направленности АР.

При моделировании ДН АР в программной среде MathCad получены следующие результаты.

1. Нормированная диаграмма направленности по мощности обычной АР размером  $4 \times 4$  в декартовой и сферической системах координат в отсутствие помех (рис. 3, здесь и далее по оси ординат отложено нормированное значение мощности решетки —  $f$ ).

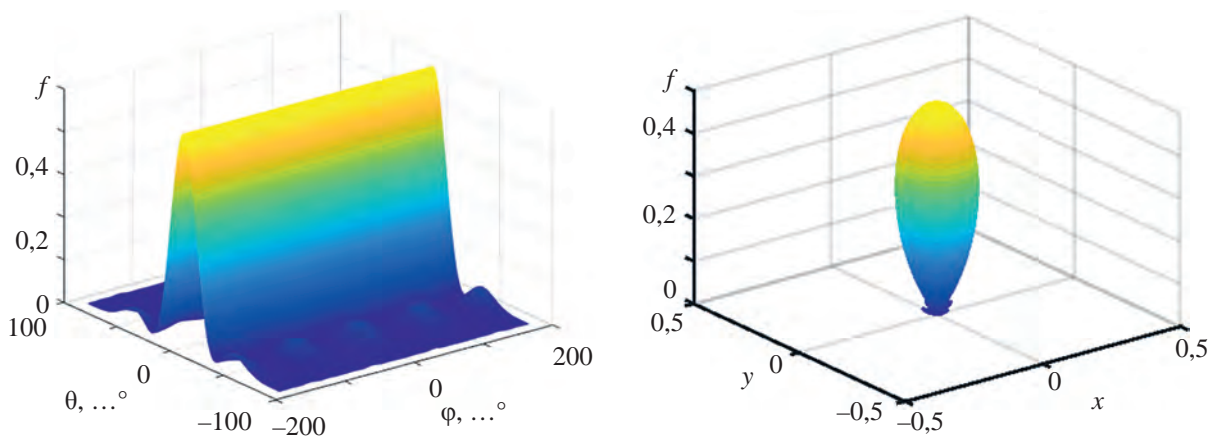


Рис. 3

Диаграмма направленности имеет стандартную форму без искажений. В данном случае относительный коэффициент направленного действия равен  $\text{КНД}_{\text{отн}} = 1,0$  (или 0 дБ).

2. Нормированная диаграмма направленности оптимизированной АР в декартовой и сферической системах координат при наличии двух квазиузкополосных помех (рис. 4). Нормирование произведено относительно максимального уровня сигнала, приходящего перпендикулярно плоскости расположения элементов АР в отсутствие помех.

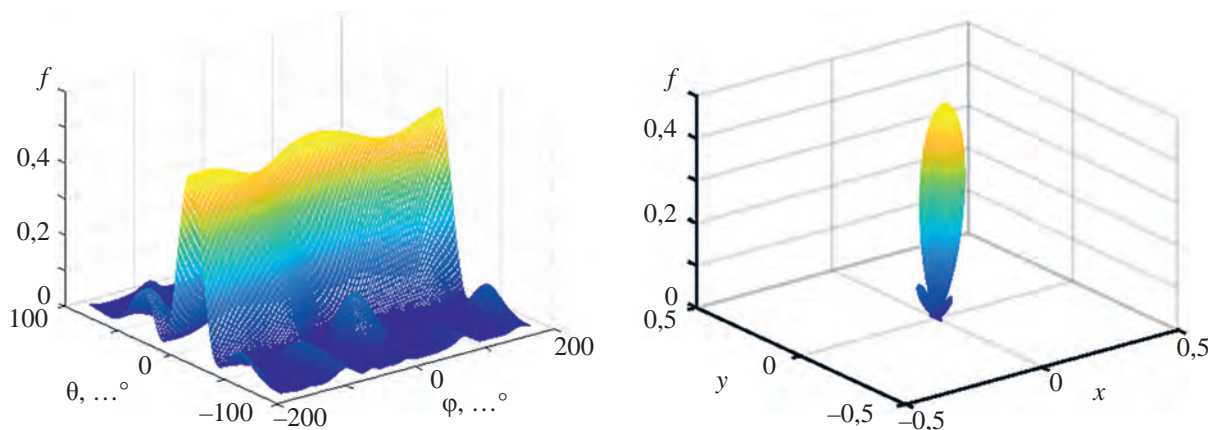


Рис. 4

Искажения формы существенны. ДН имеет отклонения от направления на полезный сигнал, боковые лепестки изменили форму и размеры, максимальное значение уменьшилось.

3. Нормированная ДН АР в полярной системе координат:

— в отсутствие помех при азимуте  $\varphi$ , равном  $25^\circ$  (рис. 5, а);

— в отсутствие помех и с помехами при фиксированном значении угла  $\theta$ , равном  $30^\circ$  (рис. 5, б).

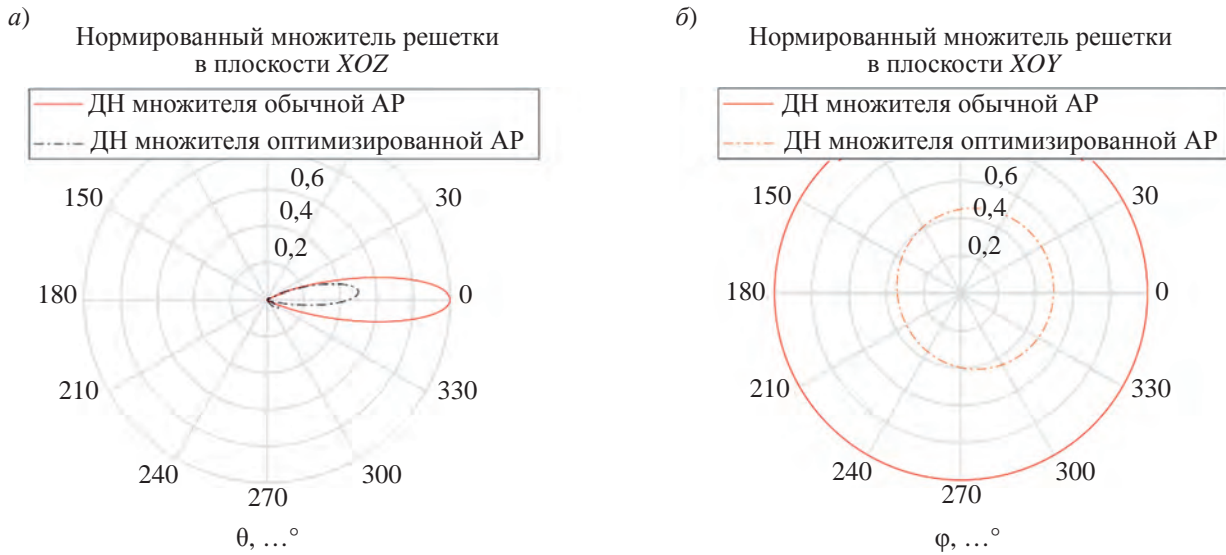


Рис. 5

Как показал анализ рис. 5, максимум главного лепестка ДН оптимизированной АР отклонен от направления на сигнал. Максимум ДН при помехах существенно меньше, чем без помех. Боковые лепестки ДН изменены. Ширина ДН при помехах уменьшилась. КНД в направлении прихода сигнала уменьшился.

4. Нормированная ДН неоптимизированной (рис. 6, красная кривая, без помех) и оптимизированной (рис. 6, штриховая кривая, при двух помехах) АР в декартовых координатах и в логарифмическом масштабе.

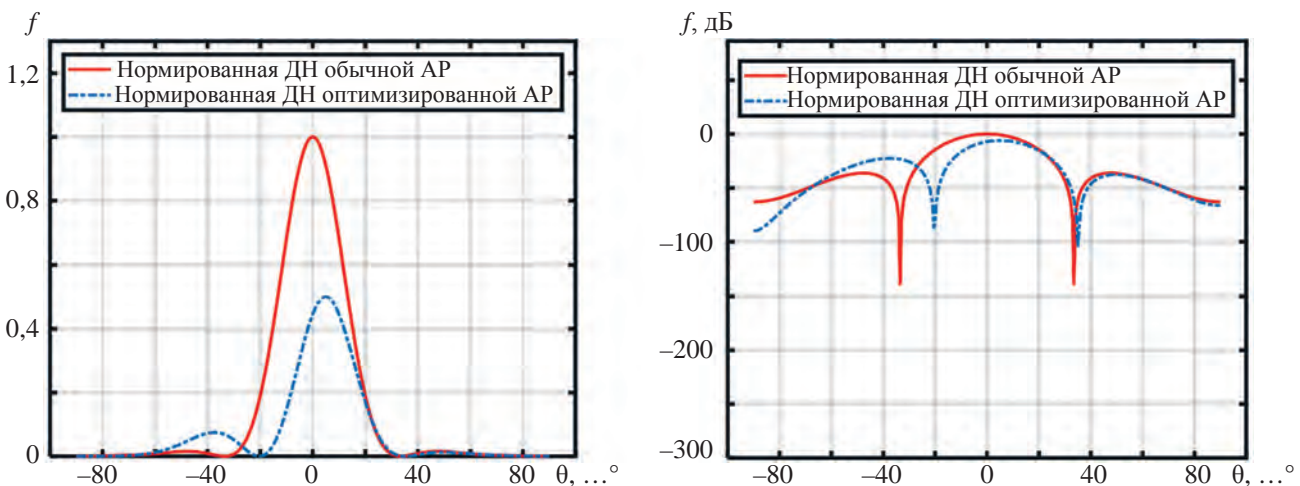


Рис. 6

Относительный коэффициент направленности оптимизированной АР  $\text{КНД}_{\text{отн}} = 0,4454$  (или  $-3,512$  дБ).

Рассмотрим результаты моделирования при измененных условиях:

— уровни сигнала и помех без изменений;

— углы  $\theta$  прихода сигнала, первой и второй помех равны  $0, 15$  и  $20^\circ$  соответственно; углы  $\varphi$  прихода сигнала, первой и второй помех равны  $0, 125$  и  $25^\circ$  соответственно.

При моделировании ДН АР были получены следующие результаты.

1. Построены нормированные диаграммы направленности АР в декартовой и сферической системах координат при наличии двух узкополосных помех (рис. 7).

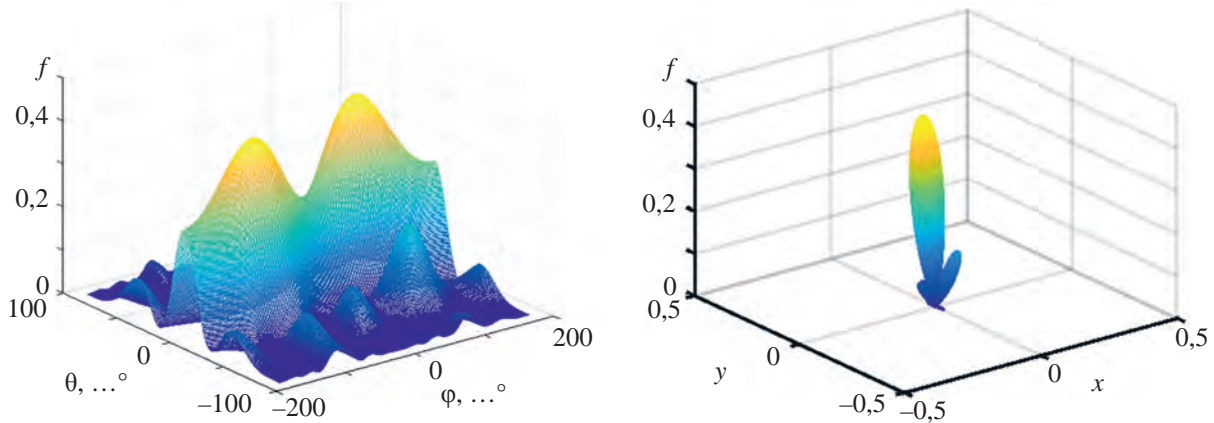


Рис. 7

По результатам моделирования видно, что ДН искажена, главный лепесток еще больше отклонен от направления на сигнал.

2. Построены нормированные диаграммы направленности АР в декартовой системе координат в обычном и логарифмическом масштабах в отсутствие (сплошная кривая) и при наличии (штриховая кривая) двух узкополосных помех (рис. 8).

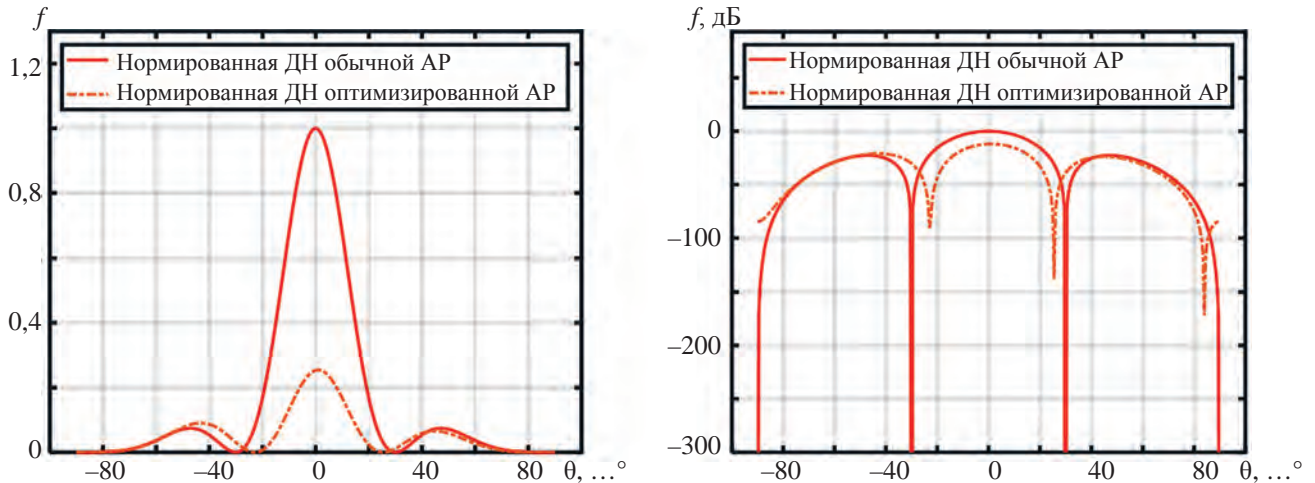


Рис. 8

3. Построены нормированные диаграммы направленности оптимизированной и неоптимизированной АР в полярной системе координат в отсутствие (сплошная линия) и при наличии (штриховая линия) двух помех (рис. 9).

Относительный коэффициент направленности оптимизированной АР  $KНД_{отн} = 0,2536$  (или  $-5,959$  дБ).

Возможны случаи, когда направление прихода сигнала не совпадает с перпендикуляром к плоскости расположения элементов АР, т. е. угол отклонения  $\theta$  не равен нулю. Для определенности примем отклонение направления прихода сигнала равным  $\theta = 30^\circ$ . Пусть характеристики помех имеют те же значения. Результаты расчетов показаны на рис. 10–12: рис 10 — диаграммы направленности оптимизированной АР в декартовой и сферической системах координат;

рис. 11 — диаграммы направленности АР в декартовой системе координат в сечении  $\varphi = 25^\circ$  в обычном и логарифмическом масштабах; рис. 12 — диаграммы направленности АР в сечении  $\varphi = 25^\circ$  в полярной системе координат.

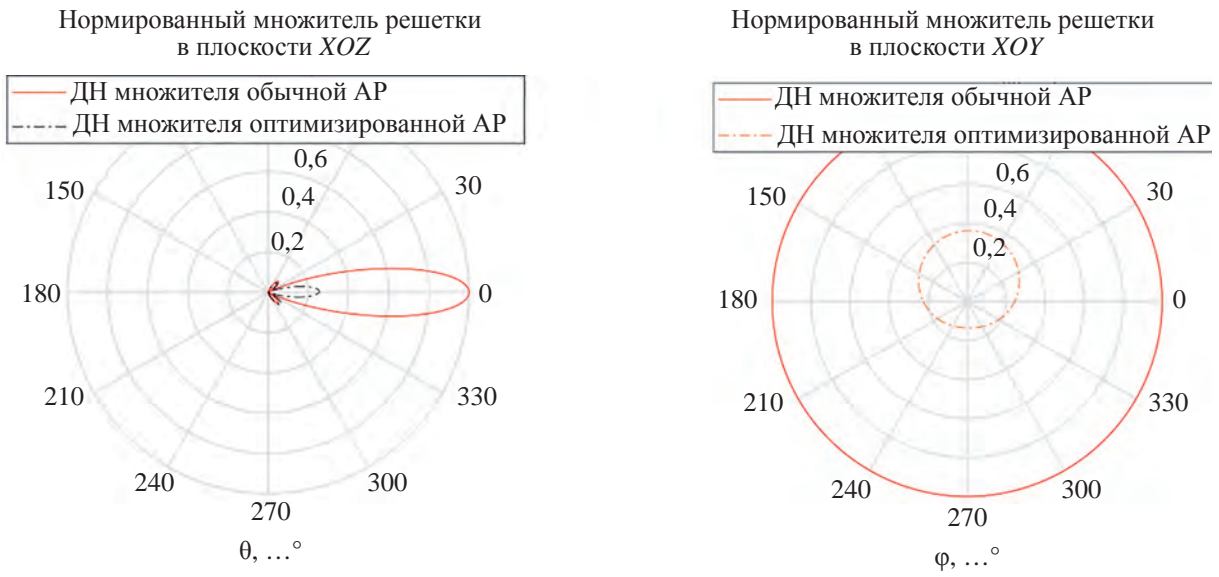


Рис. 9

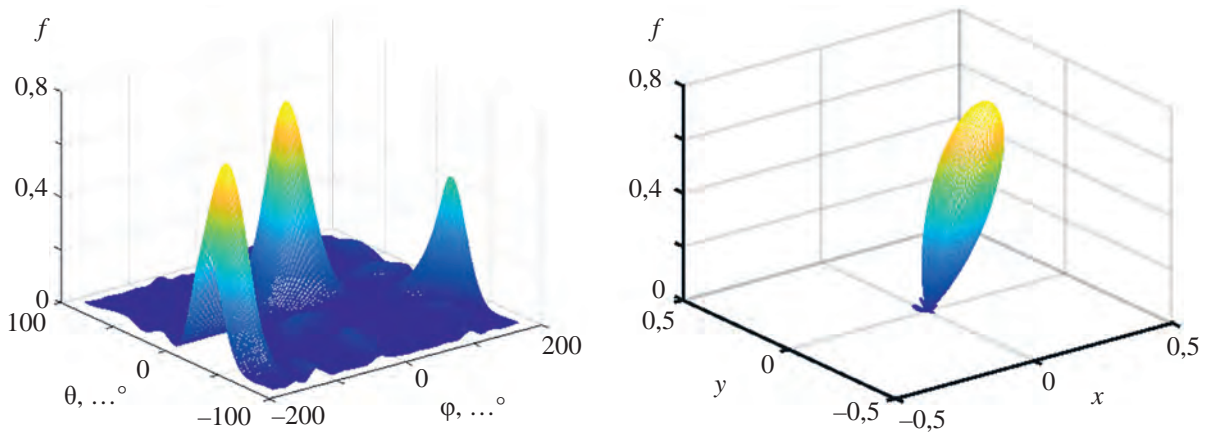


Рис. 10

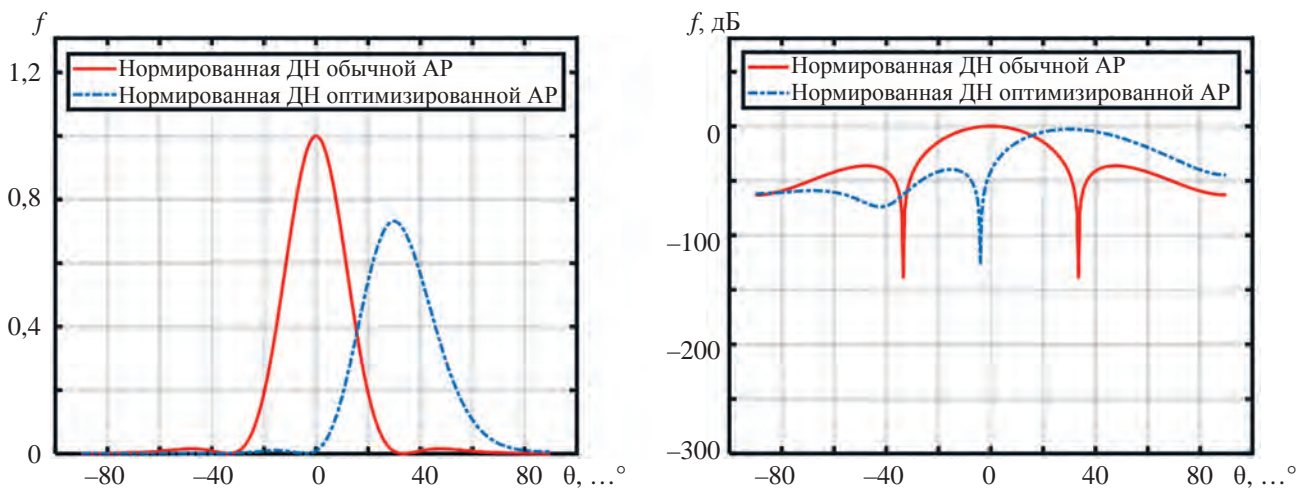


Рис. 11

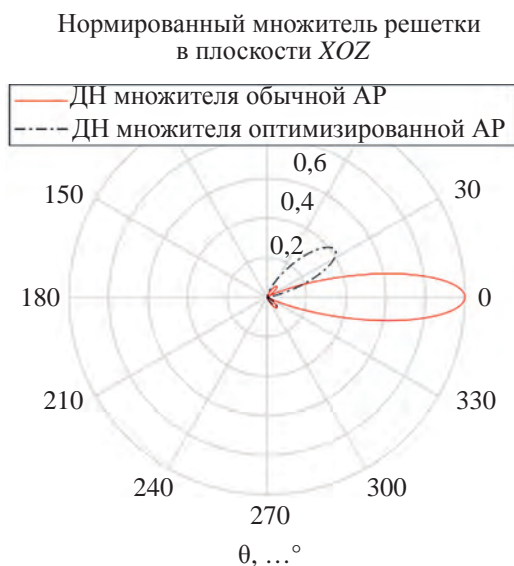


Рис. 12

Относительный коэффициент направленности оптимизированной АР  $\text{КНД}_{\text{отн}} = 0,7315$  (или  $-1,358$  дБ).

Необходимо отметить, что при отклонении  $\theta$  направления прихода сигнала от перпендикуляра для сохранения корректности математической модели в формулу вычисления  $\text{КНД}_{\text{отн}}$  следует ввести сомножитель, равный  $\cos \theta$  [8, 9].

#### Заключение.

1. Представлен и обоснован практичный метод расчета коэффициента направленного действия плоской адаптивной антенной решетки в составе энергетического расчета радиолинии на примере ААР Уидроу для любых возможных состояний сигнально-помеховой обстановки.

2. Показано уменьшение КНД оптимизированной АР при усложнении сигнально-помеховой обстановки и отклонении направления прихода сигнала от перпендикуляра к плоскости расположения элементов АР.

3. Результаты моделирования подтверждают, что свойство подавлять уровень помех на выходе ААР сохраняется.

4. При наличии помех ДН ААР искажается и максимум главного лепестка оптимизированной ДН может отклоняться от направления прихода сигнала.

5. Чем больше число и уровни помех и чем меньше отклонение направлений прихода помех от направления прихода сигнала по углу  $\theta$ , тем меньше КНД ААР.

6. Максимальное значение относительного КНД ААР, равное единице, достигается в отсутствие помех и при направлении прихода сигнала перпендикулярно плоскости расположения элементов АР.

7. Значение относительного КНД ААР зависит не только от направлений прихода помех по углу  $\theta$ , но также от направлений прихода помех по углу  $\varphi$ .

8. Глубина „нулей“ в ДН ААР также зависит от направлений прихода помех по углам  $\theta$  и  $\varphi$  и от уровней помех.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукьянчиков А. И., Гарманов С. С., Моисеев А. П. Обзор методов пространственной фильтрации при помощи адаптивной антенной решетки в системах спутникового позиционирования // Современные научные исследования и инновации. 2016. № 12 [Электронный ресурс]: <http://web.snauka.ru/issues/2016/12/74815>, 11.01.2018.
2. Монзинго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.



3. Адаптивные антенные решетки: Учеб. пособие / В. А. Григорьев, С. С. Щесняк, В. Л. Гулюшин и др.; Под общ. ред. В. А. Григорьева. СПб: Университет ИТМО, 2016. Ч. 1, Ч. 2.
4. Пистолькорс А. А., Литвинов О. С. Введение в теорию адаптивных антенн. М.: Наука, 1991. 200 с.
5. Widrow B., Mantey P. E., Griffiths L. J., Goode B. B. Adaptive Antenna Systems // Proc. of the IEEE. 1967. Vol. 55, N 12. P. 2143–2159.
6. Пименов В. Ф., Попов А. С. Исследование эффективности оптимальной пространственной селекции помех в линейной антенной решетке по критерию минимума среднеквадратического отклонения // Тр. ВКА им. А. Ф. Можайского. 2019. Вып. 666. С. 77–83.
7. Попов А. С., Пименов В. Ф. Моделирование характеристик антенной решетки, оптимальной по критерию минимума среднеквадратического отклонения, при взаимной корреляции сигнала и помех // Изв. вузов. Радиофизика. 2019. Т. 62, № 9. С. 704–714.
8. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. М.: Энергия, 1975. 528 с.
9. Дробркин А. А., Зузенко В. Л., Кислов А. Г. Антенно-фидерные устройства. М.: Сов. радио, 1975. 536 с.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Виталий Валерьевич Звонарев** — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, Военный институт; начальник отдела; E-mail: vka@mil.ru
- Алексей Владимирович Питрин** — канд. техн. наук; ВКА им. А. Ф. Можайского, Военный институт; ст. научный сотрудник; E-mail: vka@mil.ru
- Александр Сергеевич Попов** — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, Военный институт; ст. научный сотрудник; E-mail: arahar@mil.ru

Поступила в редакцию 02.09.24; одобрена после рецензирования 10.09.24; принята к публикации 28.01.25.

### REFERENCES

1. <http://web.snauka.ru/issues/2016/12/74815>. (in Russ.)
2. Monzingo R.A., Miller Th.W. *Adaptive Arrays*, John Wiley & Sons, 1980.
3. Grigoriev V.A., Shchesnyak S.S., Gulyushin V.L. et al. *Adaptivnyye antennyye reshetki* (Adaptive Antenna Arrays), St. Petersburg, 2016, pt. 1, 179 p., pt. 2, 118 p. (in Russ.)
4. Pistolkors A.A., Litvinov O.S. *Vvedeniye v teoriyu adaptivnykh antenn* (Introduction to the Theory of Adaptive Antennas), Moscow, 1991, 200 p. (in Russ.)
5. Widrow B., Mantey P.E., Griffiths L.J., Goode B.B. *Proc. IEEE*, no. 12(55), pp. 2143–2159.
6. Pimenov V.F., Popov A.S. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*, 2019, no. 666, pp. 77–83. (in Russ.)
7. Popov A.S., Pimenov V.F. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2020, no. 9(62), pp. 627–636.
8. Markov G.T., Sazonov D.M. *Antenny* (Antennas), Moscow, 1975, 528 p. (in Russ.)
9. Drabkin A.A., Zuzenko V.L., Kislov A.G. *Antenno-fidernyye ustroystva* (Antenna-Feeder Devices), Moscow, 1975, 536 p. (in Russ.)

### DATA ON AUTHORS

- Vitaly V. Zvonarev** — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Military Institute; Head of Department; E-mail: vka@mil.ru
- Alexey V. Pitrin** — PhD, A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Military Institute; Senior Researcher; E-mail: vka@mil.ru
- Alexander S. Popov** — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Military Institute; Senior Researcher; E-mail: arahar@mil.ru

Received 02.09.24; approved after reviewing 10.09.24; accepted for publication 28.01.25.