УДК 681.5.01

Л. В. Андреев, С. В. Богословский, Б. В. Видин, И. О. Жаринов,
О. О. Жаринов, П. П. Парамонов, Р. А. Шек-Иовсепянц

МЕЖСАМОЛЕТНАЯ НАВИГАЦИЯ ГРУППЫ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Рассмотрены принципы полета группы летательных аппаратов, получены формулы, характеризующие их относительное движение.

Ключевые слова: *группа летательных аппаратов, навигация, относительное ускорение.*

Введение. Для решения задачи управления беспилотными летательными аппаратами (ЛА), в том числе сведéния их в группу и управления полетом группы ЛА, актуально исследование алгоритмов обработки измерительной информации с целью получения оценок параметров движения и определения по этим оценкам управляющих воздействий, прежде всего следует решить задачу их идентификации и оценки.

Наиболее простой вариант организации строя ЛА — деление на звенья, где один аппарат является ведущим, а другой — ведомым. В этом случае достаточно определить местоположение ведущего ЛА в выбранной системе координат и положение ведомого относительно ведущего.

Постановка задачи. Математическое представление движения двух ЛА относительно друг друга представляет собой разность двух абсолютных движений и характеризуется тремя степенями свободы. Воздействие на полет среды, в которой происходит движение, считается неконтролируемым и предполагается, что оно проявляется в реализующемся в предшествующий текущему моменту времени t момент векторе состояния (рис. 1). Здесь $O_gY_gX_gZ_g$ — геоцентрическая система координат (СК), в которой происходит движение ЛА, $OYXZ$ — декартова СК, находящаяся в центре масс ведомого ЛА относительно ведущего, связанных вектором состояний, φ — угол визирования, χ — угол азимута.

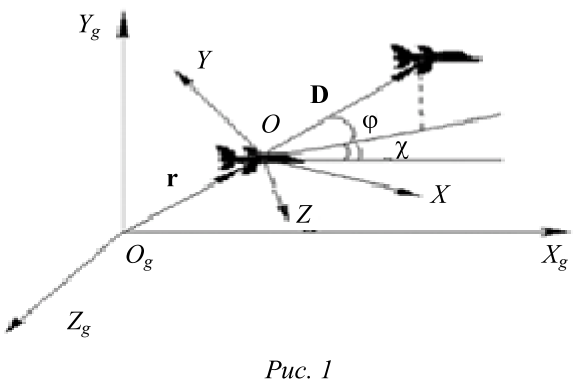

Рис. 1

Уравнения относительного движения двух ЛА в группе определяются известными положениями теоретической механики [см. лит.], в которых приняты следующие обозначения:

1) $\mathbf{r}$ — вектор положения, проведенный из начала выбранной системы координат в точку мгновенного местоположения летательного аппарата. Вектор $\mathbf{r}$ и скорость его изменения $\dot{\mathbf{r}}$ записываются в проекциях на оси выбранной (декартовой или геоцентрической) системы координат. В первом случае вектор положения $\mathbf{r}$ определяется тремя его проекциями на ось декартовой СК, во втором — двумя углами и расстоянием r от начала геоцентрической СК до центра масс ЛА;

2) D — линия визирования — прямая, соединяющая центры масс ведомого и ведущего ЛА;

3) $\mathbf{D}$ — вектор относительной дальности, который направлен от ведомого ЛА к ведущему вдоль линии визирования и по величине равен расстоянию между центрами масс этих ЛА (относительная дальность);

4) V — скорость ведомого ЛА относительно ведущего, определяется относительной скоростью: $V = \dot{D}$;

5) Плоскость относительного движения двух ЛА — горизонтальная, в которой лежат векторы относительной дальности и относительной скорости в данный момент времени.

6) Углами пеленга в работе считаются два угла (для конкретности назовем их углами места (визирования) и азимута, см. рис. 1), которые определяют ориентацию линии визирования в связанных с ведомым ЛА декартовых СК, вращающихся с угловой скоростью ϖ относительно инерциального базиса.

С использованием принятых обозначений положение летательных аппаратов можно определить в каждый момент времени векторами $\mathbf{r}_1(t)$ и $\mathbf{r}_2(t)$ (индекс „1“ относится к ведущему ЛА, а „2“ — к ведомому) в геоцентрической СК (рис. 2).

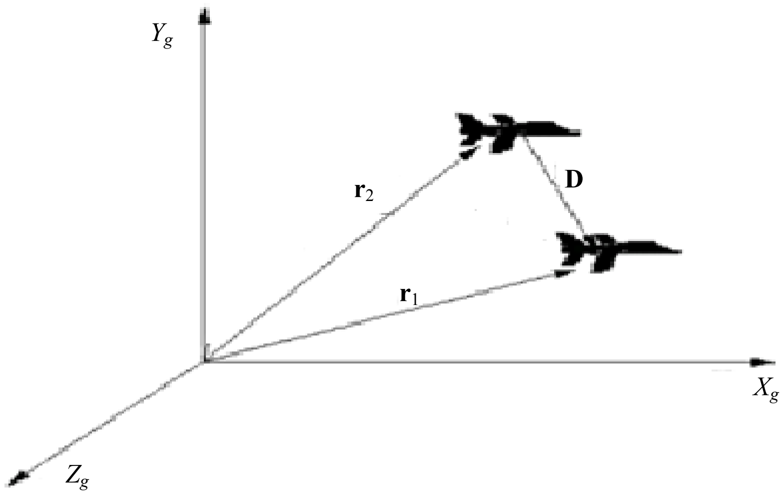

Рис. 2

Следовательно, векторы дальности и относительной скорости можно представить следующим образом:

$$\mathbf{D}(t)=\mathbf{r}_1(t)-\mathbf{r}_2(t), \tag{1}$$

$$\mathbf{V}=\dot{\mathbf{D}}(t)=\dot{\mathbf{r}}_1(t)-\dot{\mathbf{r}}_2(t). \tag{2}$$

Векторное уравнение динамики относительного движения представляется в виде

$$\dot{\mathbf{V}}=\ddot{\mathbf{D}}(t)=\mathbf{a}_1(t)-\mathbf{a}_2(t), \tag{3}$$

где $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ — векторы ускорений ведущего и ведомого БЛА соответственно.

Таким образом, относительное движение БЛА в пространстве представляется как движение двух материальных точек, совпадающих с центрами масс двух БЛА — ведущего и ведомого.

Определение ориентации относительного движения ЛА в соответствующих системах координат. Относительное движение ЛА в связанной СК *OXYZ* ведомого ЛА, перемещающейся относительно инерциальной СК, приводится ниже. В этом случае переход от абсолютных производных векторов к локальным осуществляется следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt}=\dot{\mathbf{r}}+[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}], \tag{4}$$

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}=\ddot{\mathbf{r}}+2[\boldsymbol{\omega}\dot{\mathbf{r}}]+[\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}]]+[\dot{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{r}]. \tag{5}$$

Точками обозначены производные векторов по времени t в связанной СК, вращающейся относительно инерциальной с угловой скоростью ϖ. Абсолютная скорость движения ведущего ЛА в связанной СК ведомого ЛА определяется выражениями:

$$\mathbf{V}_1=\mathbf{V}_2+\dot{\mathbf{D}}+[\boldsymbol{\omega}\mathbf{D}], \tag{6}$$

$$\mathbf{a}_1=\mathbf{a}_2+\ddot{\mathbf{D}}+\left[\boldsymbol{\omega}\left[\boldsymbol{\omega}\mathbf{D}\right]\right]+\left[\mathbf{dD}\right]+\left\lfloor 2\boldsymbol{\omega}\dot{\mathbf{D}}\right\rfloor,$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}=\dot{\boldsymbol{\omega}}$ — вектор углового ускорения ведомого ЛА.

Предполагается, что характер действующих на объект сил известен, т.е. известны законы изменения векторов скорости и ускорения каждого ЛА. Необходимо найти динамические и кинематические соотношения, определяющие изменение во времени параметров относительного движения.

Кинематические и динамические векторные уравнения относительного движения двух ЛА в связанной СК получены из выражений (6):

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\mathbf{D}}=\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2-\left[\boldsymbol{\omega}\mathbf{D}\right],\\&\ddot{\mathbf{D}}=\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2-\left[\boldsymbol{\omega}\left[\boldsymbol{\omega}\mathbf{D}\right]\right]+\left[\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{D}\right]+\left\lfloor 2\boldsymbol{\omega}\dot{\mathbf{D}}\right\rfloor.\end{aligned}\right\}\qquad(7)$$

В горизонтированной СК рассматриваются выражения (2) и (3) через проекции векторов.

Введем следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned}&\Delta a_X=a_{X_1}-a_{X_2},\\&\Delta a_Y=a_{Y_1}-a_{Y_2},\\&\Delta a_Z=a_{Z_1}-a_{Z_2}.\end{aligned}\right\}\qquad(8)$$

С учетом выражения (7) динамические уравнения относительного движения двух ЛА в геоцентрической СК, соответствующей горизонтированной, представим следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{D}=\Delta a_X\cos\varphi\cos\chi+\Delta a_Y\sin\varphi-\Delta a_Z\cos\varphi\sin\chi+D\cos^2\varphi\left(\dot{\chi}+\dot{\psi}\right)^2+D\left(\dot{\varphi}\right)^2,\\&\ddot{\varphi}=\left\lfloor-\Delta a_X\sin\varphi\cos\chi+\Delta a_Y\cos\varphi+\Delta a_Z\sin\varphi\sin\chi-D\cos\varphi\sin\varphi\left(\dot{\chi}+\dot{\psi}\right)^2-2\dot{D}\dot{\varphi}\right\rfloor\frac{1}{D},\\&\ddot{\chi}=\left[-\Delta a_X\sin\chi-\Delta a_Z\cos\chi-2\left(\dot{\psi}+\dot{\chi}\right)\right]\left(\dot{D}\cos\varphi-D\sin\varphi\right)\frac{1}{D\cos\varphi}-\ddot{\psi}.\end{aligned}\right\}\qquad(9)$$

Здесь составляющие относительного ускорения Δa_X, Δa_Y, Δa_Z рассчитываются в горизонтированной СК. Введем обозначения:

$$\left.\begin{aligned}&\Delta V_X=V_{X_1}-V_{X_2},\\&\Delta V=V_{Y_1}-V_{Y_2},\\&\Delta V=V_{Z_1}-V_{Z_2}.\end{aligned}\right\}\qquad(10)$$

Из первого выражения системы (7) получим кинематические уравнения относительного движения двух ЛА

$$\left.\begin{aligned}&\dot{D}=\Delta V_X\cos\varphi\cos\chi+\Delta V_Y\sin\varphi-\Delta V_Z\cos\varphi\sin\chi,\\&\dot{\varphi}=\left(-\Delta V_X\sin\varphi\cos\chi+\Delta V_Y\cos\varphi+\Delta V_Z\sin\varphi\sin\chi\right)\frac{1}{D},\\&\dot{\chi}=\left(-\Delta V_X\sin\chi-\Delta V_Z\cos\chi\right)\frac{1}{D\cos\varphi}-\dot{\psi}.\end{aligned}\right\}\qquad(11)$$

Чтобы замкнуть систему уравнений относительного движения ЛА, к динамическим и кинематическим соотношениям необходимо добавить уравнения, определяющие значения относительного ускорения и относительной скорости в соответствующих СК.

Заключение. При рассмотрении относительного движения ведущего и ведомого ЛА в горизонтированной СК ведомого ЛА соотношения для ΔV_X, ΔV_Y, ΔV_Z, Δa_X, Δa_Y, Δa_Z примут вид:

$$\Delta V_X = \left(V_{X_1}\cos\upsilon_1 - V_{Y_1}\sin\upsilon_1\cos\gamma_1 + V_{Z_1}\sin\gamma_1\sin\upsilon_1\right)\cos\left(\psi_1-\psi_2\right)+$$
$$+\left(V_{Y_1}\sin\gamma_1 + V_{Z_1}\cos\gamma_1\right)\sin\left(\psi_1-\psi_2\right) - V_{X_2}\cos\upsilon_2 - V_{Y_2}\sin\upsilon_2\times$$
$$\times\cos\gamma_2 - V_{Z_2}\sin\gamma_2\sin\upsilon_2,$$
$$\Delta V_Y = V_{X_1}\sin\upsilon_1 + V_{Y_1}\cos\upsilon_1\cos\gamma_1 - V_{Z_1}\sin\gamma_1\cos\upsilon_1 - V_{X_2}\sin\upsilon_2 -$$
$$-V_{Y_2}\cos\upsilon_2\cos\gamma_2 + V_{Z_2}\sin\gamma_2\cos\upsilon_2,$$
$$\Delta V_Z = -\left(V_{X_1}\cos\upsilon_1 - V_{Y_1}\sin\upsilon_1\cos\gamma_1 + V_{Z_1}\sin\gamma_1\sin\upsilon_1\right)\sin\left(\psi_1-\psi_2\right)+$$
$$+\left(V_{Y_1}\sin\gamma_1 + V_{Z_1}\cos\gamma_1\right)\cos\left(\psi_1-\psi_2\right) - V_{Y_2}\sin\gamma_2 - V_{Z_2}\cos\gamma_2,$$
$$\Delta a_X = \left(a_{X_1}\cos\upsilon_1 - a_{\ Y_1}\sin\upsilon_1\cos\gamma_1 + a_{Z_1}\sin\gamma_1\sin\upsilon_1\right)\cos\left(\psi_1-\psi_2\right)+$$
$$+\left(a_{Y_1}\sin\gamma_1 + a_{Z_1}\cos\gamma_1\right)\sin\left(\psi_1-\psi_2\right) - a_{X_2}\cos\upsilon_2 - a_{Y_2}\sin\upsilon_2\times$$
$$\times\cos\gamma_2 - a_{Z_2}\sin\gamma_2\sin\upsilon_2,$$
$$\Delta a_Y = a_{X_1}\sin\upsilon_1 + a_{Y_1}\cos\upsilon_1\cos\gamma_1 - a_{Z_1}\sin\gamma_1\cos\upsilon_1 - a_{X_2}\sin\upsilon_2 -$$
$$-a_{Y_2}\cos\upsilon_2\cos\gamma_2 + a_{Z_2}\sin\gamma_2\cos\upsilon_2,$$
$$\Delta a_Z = -\left(a_{X_1}\cos\upsilon_1 - a_{Y_1}\sin\upsilon_1\cos\gamma_1 + a_{Z_1}\sin\gamma_1\cos\upsilon_1\right)\sin\left(\psi_1-\psi_2\right)+$$
$$+\left(a_{Y_1}\sin\gamma_1 + a_{Z_1}\cos\gamma_1\right)\cos\left(\psi_1-\psi_2\right) - a_{Y_2}\sin\gamma_2 - a_{Z_2}\cos\gamma_2,$$

Таким образом, в результате анализа были получены соотношения, связывающие составляющие относительного ускорения и относительной скорости ведомого ЛА и ведущего в выбранной системе координат.

ЛИТЕРАТУРА

Боднер В. А. Система управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973. 532 с.

Сведения об авторах

Леонид Владимирович Андреев — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения; кафедра стабилизации, навигации и управления; E-mail: Lio8300@mail.ru

Сергей Владимирович Богословский — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра стабилизации, навигации и управления; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru

Борис Викторович Видин — канд. техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru

Игорь Олегович Жаринов — канд. техн. наук, доцент; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: igor_rabota@pisem.net

Олег Олегович Жаринов — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра моделирования вычислительных и электронных систем; E-mail: zharinov@hotbox.ru

Павел Павлович Парамонов — д-р техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru

Рубен Ашотович Шек-Иовсепянц — д-р техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.