УДК 621.396:681.323

С. И. Зиатдинов

ДИСКРЕТНЫЙ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИЙ ФИЛЬТР С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ СГЛАЖИВАНИЕМ ОТСЧЕТОВ ВХОДНОГО СИГНАЛА

Рассмотрен интегродифференцирующий фильтр со взвешенным суммированием промежуточных сумм отсчетов входного сигнала. Показано, что предложенный алгоритм фильтрации по статистическим характеристикам практически не уступает известным алгоритмам и обладает значительно большей вычислительной эффективностью.

Ключевые слова: *дискретизация сигнала, промежуточное суммирование, дискретная фильтрация, отношение сигнал/шум.*

При реализации цифровых фильтров необходимо выполнять значительное количество математических операций умножения и сложения (вычитания), что требует либо быстродействующих вычислителей, либо больших временных затрат на реализацию алгоритма фильтрации. В месте с тем в случае, когда постоянная времени фильтра значительно превышает период следования отсчетов входного сигнала, можно подвергать взвешенному суммированию не каждый отсчет входного сигнала, а их промежуточные суммы. Очевидно, что в этом случае возникают определенные информационные потери, связанные с отклонением амплитудно-частотной характеристики фильтра (АЧХ) от желаемой АЧХ [1].

Целью настоящей работы является создание дискретного интегродифференцирующего фильтра, обладающего высокой вычислительной эффективностью при сохранении качества фильтрации.

Суть предлагаемого метода фильтрации заключается в том, что из последовательности отсчетов входного сигнала $x[i]$ формируются промежуточные суммы из m отсчетов

$$x_{\Sigma}[n] = \sum_{i=0}^{m-1} x[nL-i],$$

которые далее с периодом $T_\Sigma = LT$ $(L \ge m)$ поступают в дискретный интегродифференцирующий фильтр.

В качестве непрерывного аналога рассматриваемому фильтру рассмотрим фильтр верхних частот с АЧХ вида

$$W(p) = \frac{pT_ф}{1 + pT_ф}, \qquad (1)$$

где $T_ф$ — постоянная времени фильтра, $p = j\omega$.

Путем подстановки в (1) $p = 2(z-1)/T_\Sigma(z+1)$ получим следующее выражение для частотной передаточной функции интегродифференцирующего фильтра в плоскости z [2]:

$$W(z) = \frac{a(1 - z^{-1})}{1 + bz^{-1}}, \qquad (2)$$

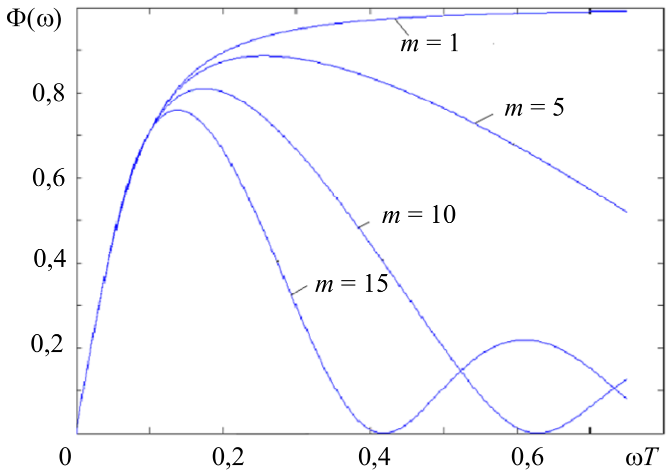
где $z = e^{pT_\Sigma}$; $a = 2T_ф/(T_\Sigma + 2T_ф)$; $b = (T_\Sigma - 2T_ф)/(T_\Sigma + 2T_ф)$. Передаточной функции (2) будет соответствовать следующее разностное уравнение, определяющее выходной сигнал фильтра:

$$y[n] = a\sum_{i=0}^{m-1} x[nL - i] + a\sum_{i=0}^{m-1} x[nL - i - 1] - by[n-1]. \qquad (3)$$

Соотношение (2) после несложных преобразований позволяет получить следующее выражение для АЧХ рассматриваемого фильтра:

$$\Phi(\omega) = K\sqrt{\frac{2a^2\left[\left(\sum\limits_{i=0}^{m-1}\cos i\omega T\right)^2 + \left(\sum\limits_{i=0}^{m-1}\sin i\omega T\right)^2\right](1 - \cos\omega LT)}{1 + 2b\cos\omega LT + b^2}}.$$

На рисунке показаны нормированные АЧХ интегродифференцирующего фильтра при $T_ф/T = 10$, $T_ф = 0{,}001$ с, L=m для различных значений суммируемых отсчетов входного сигнала m. Из представленных графиков видно, что промежуточное сглаживание отсчетов входного сигнала приводит к заметному сужению полосы пропускания фильтра. Вместе с тем в диапазоне $\omega T = 0$—0,15 АЧХ фильтра практически не зависит от числа суммируемых отсчетов входного сигнала.



Для определения статистических характеристик выходного сигнала рассматриваемого фильтра необходимо знать его импульсную характеристику, значения которой в моменты времени $t_n = nT_\Sigma$ можно представить следующим образом [3]:

$$G[n] = c_n,$$

где $c_0 = a$; $c_1 = -a - b$; $c_2 = -c_1 b$; $c_3 = -c_2 b$; …; $c_k = -c_k b$ и т.д.

Пусть на входе рассматриваемого интегродифференцирующего фильтра действует аддитивная смесь отсчетов полезного сигнала и помехи, причем полезный сигнал примем в виде последовательности отсчетов гармонического колебания

$$u_{\text{с}}(iT) = U_{\text{с}} \sin(\omega iT)$$

с амплитудой $U_{\text{с}}$ и частотой ω. Отсчеты помехи будем считать некоррелированными с нулевым средним значением и дисперсией σ_x^2. Тогда дисперсию помехи на выходе сумматора, формирующего промежуточные суммы отсчетов входного сигнала, можно найти из выражения

$$\sigma_\Sigma^2 = m\sigma_x^2.$$

При этом дисперсия помехи на выходе фильтра будет равна

$$\sigma_{\text{ф}}^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \sigma_\Sigma^2 G^2(iTL), \tag{4}$$

где $G(t_i)$ — значения импульсной характеристики в моменты времени $t_i = iTL$.

Средняя мощность полезного сигнала на выходе фильтра будет определяться соотношением

$$P_{\text{с}} = \overline{\left[\sum_{i=0}^{\infty} u_{\text{с}\Sigma}(t_i) G(iTL)\right]^2}, \tag{5}$$

где черта сверху означает усреднение по времени,

$$u_{\text{с}\Sigma}(t_i) = \sum_{k=0}^{m-1} U_{\text{с}} \sin \omega T(iL + k). \tag{6}$$

В результате отношение сигнал/шум на выходе фильтра принимает вид

$$q = \frac{P_{\text{с}}}{\sigma_{\text{ф}}^2} = \frac{\overline{\left[\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{m-1} U_{\text{с}} \sin \omega T(iL + k) G(iLT)\right]^2}}{\sum_{i=0}^{\infty} \sigma_\Sigma^2 G^2(iLT)}. \tag{7}$$

Для интегродифференцирующего фильтра без промежуточного сглаживания отсчетов входного сигнала дисперсию помехи, среднюю мощность выходного сигнала и отношение сигнал/помеха можно записать в виде

$$(\sigma_{\text{ф}}^*)^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \sigma_x^2 G^2(iT);\ \ P_{\text{с}}^* = \overline{\left[\sum_{i=0}^{\infty} u_{\text{с}}(iT) G(iT)\right]^2}; \tag{8}$$

$$q = \frac{P_{\text{с}}^*}{(\sigma_{\text{ф}}^*)^2} = \frac{\overline{\left[\sum_{i=0}^{\infty} u_{\text{с}}(iT) G(iT)\right]^2}}{\sum_{i=0}^{\infty} \sigma_x^2 G^2(iT)}. \tag{9}$$

Рассмотрим наиболее часто встречающийся на практике случай, когда постоянная времени фильтра $T_{\text{ф}}$ значительно превышает период следования $T_\Sigma = LT$ промежуточных сумм отсчетов входного сигнала. При этом в соотношениях (4)—(9) можно без заметных погрешностей перейти от сумм к интегралам

$$\sigma_{\text{ф}}^2 = \frac{m\sigma_x^2}{LT}\int_0^\infty G^2(t)dt;\quad P_{\text{с}} = \frac{U_{\text{с}}^2}{(LT)^2}\overline{\left[\int_0^\infty \sum_{k=0}^{m-1} \sin \omega(t + kT) G(t) dt\right]^2};$$

$$(\sigma_{\text{ф}}^{*})^{2}=\frac{\sigma_{x}^{2}}{T}\int_{0}^{\infty}G^{2}(t)dt;\;\; P_{\text{c}}^{*}=\frac{U_{\text{c}}^{2}}{T^{2}}\left[\int_{0}^{\infty}\sin\omega t G(t)\right]^{2}.$$

Из представленных на рисунке нормированных АЧХ фильтров следует, что в диапазоне $\omega T=0$—0,15 коэффициенты передачи фильтра практически совпадают. Поэтому для данного диапазона частот можно без существенной погрешности записать, что

$$P_{\text{c}}=m^{2}P_{\text{c}}^{*}/L^{2}.$$

Тогда выигрыш в отношении сигнал/шум для фильтра без промежуточного сглаживания по сравнению с рассматриваемым интегродифференцирующим фильтром составит

$$d=\frac{P_{\text{c}}^{*}/(\sigma_{\text{ф}}^{*})^{2}}{P_{\text{c}}/\sigma_{\text{ф}}^{2}}=\frac{L}{m}. \tag{10}$$

Из соотношения (10) видно, что при количестве суммируемых отсчетов $m=L$ предлагаемый дискретный интегродифференцирующий фильтр по своим статистическим характеристикам практически не уступает интегродифференцирующему фильтру без промежуточного сглаживания.

В качестве примера положим период поступления отсчетов входного сигнала T=100 мкс, количество суммируемых импульсов m=10 и $L=m$. В данном случае при реализации дискретного интегродифференцирующего фильтра без промежуточного сглаживания за одну секунду необходимо выполнить 30 000 операций суммирования и 30 000 операций умножения. При реализации предлагаемого алгоритма дискретной фильтрации с промежуточным сглаживанием за одну секунду необходимо выполнить 30 000 операций суммирования и всего 3000 операций умножения без заметной потери качества фильтрации.

Полученные в работе математические соотношения носят общий характер и могут быть использованы для дискретных фильтров с практически любой импульсной характеристикой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.

2. *Бесекерский В. А.* Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976. 575 с.

3. *Зиатдинов С. И., Осипов Л. А.* Нерекурсивные алгоритмы оценки параметров сигналов // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. Т. 45, № 3. С. 19—22.

Сведения об авторе

Сергей Ильич Зиатдинов — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра информационно-сетевых технологий; E-mail: kaf53@guap.ru

Рекомендована кафедрой
информационно-сетевых технологий

Поступила в редакцию
08.07.09 г.