УДК 681.51.015

С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. А. Пыркин

СИНТЕЗ ГИБРИДНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ ГАРМОНИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Рассматривается задача синтеза гибридного наблюдателя переменных состояния линейного объекта управления в случае, когда измеряемый выходной сигнал и сам объект подвержены воздействию неизвестного гармонического возмущения. Решение задачи усложнено тем, что коэффициент усиления управляющего воздействия является неизвестным.

Ключевые слова: *гармонический сигнал, гибридная система, наблюдатель.*

Введение. Одной из актуальных задач в теории автоматического управления является задача синтеза наблюдателя вектора переменных состояния линейного объекта, модель которого может записана в виде

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + kbu(t) + f\,\delta(t)\,; \tag{1}$$

$$y(t) = c^T x(t) + \delta(t)\,, \tag{2}$$

где $x \in R^n$ — неизмеряемый вектор переменных состояния; A, b, f и c — известные матрицы и векторы постоянных коэффициентов соответствующих размерностей; k — неизвестный постоянный параметр; $\delta(t) \in R$ — заранее неизвестное и недоступное прямым измерениям гармоническое возмущение; $u(t) \in R$ — сигнал управления; $y(t) \in R$ — измеряемая выходная переменная.

В качестве практического примера наблюдателя может рассматриваться оптическая система траекторного слежения (телескоп), установленная на колеблющемся основании, например корабле, и наблюдающая космический объект или объект береговой линии. В этом случае качка, с одной стороны, создает возмущающий момент в приводах осей телескопа (возмущение по состоянию), а с другой стороны, приводит к колебательному движению объекта наблюдения относительно центра зрительного поля (возмущение в канале измерений).

Если возмущающее воздействие не приложено к выходу (см. уравнение (2)), то данная задача в настоящее время не представляет значительных трудностей и может быть решена, например, с использованием методов адаптивного наблюдения [1—5]. В работах [6, 7] для ограниченного класса линейных минимально-фазовых объектов рассмотрен случай устранения возмущений, действующих как на сам объект, так и на выходную переменную (см. уравнения (1), (2)). В работах [8, 9] получены алгоритмы оценивания возмущения $\delta(t)$, аддитивно приложенного к переменной $y(t)$, и оценивания вектора $x(t)$ для неминимально-фазового линейного и нелинейного объектов.

В настоящей статье в развитие результатов, представленных в работах [6—9], рассматривается случай, когда математическая модель объекта управления содержит неизвестный коэффициент усиления сигнала управления, а возмущающее воздействие приложено как к самому объекту, так и к выходной переменной.

Постановка задачи. Рассмотрим в общем случае неминимально-фазовый линейный объект вида (1), (2).

Перепишем уравнения (1) и (2) в форме модели вход—выход:

$$y(t) = k\frac{b(p)}{a(p)}u(t) + \frac{f(p)}{a(p)}\delta(t) + \delta(t)\,, \tag{3}$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0$, $b(p) = b_m p^m + ... + b_1 p + b_0$ и $f(p) = f_r p^r + ... + f_1 p + f_0$ — соответствующие полиномы, полученные в результате перехода от модели вход—состояние—выход к модели вход—выход:

$$\frac{b(p)}{a(p)} = c^T (pI - A)^{-1} b \quad \text{и} \quad \frac{f(p)}{a(p)} = c^T (pI - A)^{-1} f,$$

где I — единичная $n \times n$-матрица.

Для простоты ограничимся, как и в работе [9], исследованием ситуации, когда возмущение $\delta(t)$ представлено в виде гармонической функции

$$\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \beta)$$

с неизвестными амплитудой σ, частотой ω и начальной фазой β. Расширение предлагаемого алгоритма для мультигармонического возмущения не является сложной задачей, однако требует большого количества вычислений.

Будем считать выполненными следующие допущения относительно системы уравнений (1)—(3) (см., например, [9]).

Допущение 1. Доступными для измерений являются только сигналы $y(t)$ и $u(t)$.

Допущение 2. Пара A, b полностью управляема, и пара A, c полностью наблюдаема.

Допущение 3. Полиномы $a(p)$ и $f(p)$ не имеют корней $\pm j\omega$, где ω — частота возмущающего воздействия.

Требуется построить наблюдатель переменных состояния $x(t)$ объекта (1), (2), такой что

$$\lim_{t \to \infty} \left| x(t) - \hat{x}(t) \right| = 0, \tag{4}$$

где $\hat{x}(t)$ — оценка вектора $x(t)$.

Синтез наблюдателя для объекта (1), (2) будем осуществлять в два этапа: сначала решим задачу синтеза наблюдателя возмущающего воздействия $\delta(t)$; далее, используя информацию о $\delta(t)$, сформируем оценку вектора $x(t)$.

Синтез наблюдателя возмущающего воздействия. Построим наблюдатель возмущающего воздействия $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \beta)$, для чего потребуется идентификация параметров σ, ω и β. Для синтеза идентификатора параметра ω воспользуемся результатами работ [8, 9].

Рассмотрим произвольный гурвицев полином $\gamma(p)$ степени n. Тогда уравнение (3) можно переписать следующим образом:

$$y(t) = \frac{a_1(p)}{\gamma(p)} y(t) + k \frac{b(p)}{\gamma(p)} u(t) + \frac{f(p)}{\gamma(p)} \delta(t) + \frac{a(p)}{\gamma(p)} \delta(t), \tag{5}$$

где $a_1(p) = \gamma(p) - a(p)$.

Сформируем вспомогательный сигнал

$$w(t) = y(t) - \frac{a_1(p)}{\gamma(p)} y(t) - k \frac{b(p)}{\gamma(p)} u(t). \tag{6}$$

С учетом уравнения (5) получаем

$$w(t) = y(t) - \frac{a_1(p)}{\gamma(p)} y(t) - k \frac{b(p)}{\gamma(p)} u(t) = \frac{f(p)}{\gamma(p)} \delta(t) + \frac{a(p)}{\gamma(p)} \delta(t) = \sigma \frac{\alpha(p)}{\gamma(p)} \sin(\omega t + \beta), \tag{7}$$

где полином $\alpha(p) = a(p) + f(p)$.

Из уравнения (7) следует, что сигнал $w(t)$, в силу гурвицевости $\gamma(p)$ и отсутствия у полиномов $a(p)$ и $f(p)$ корней $\pm j\omega$, является гармонической функцией с частотой ω. Поэтому сигнал $w(t)$ может рассматриваться в качестве выходной переменной динамической модели вида

$$\frac{d^2 w(t)}{dt^2} = -\omega^2 w(t) = \theta\, w(t), \tag{8}$$

где $\theta = -\omega^2$ — постоянный параметр.

Согласно результатам леммы 1 из работы [10] модель сигнала $w(t)$ можно записать в форме

$$w(t) = 2\dot{\varsigma}(t) + \varsigma(t) + \theta\varsigma(t) + \varepsilon_y(t), \tag{9}$$

где $\varepsilon_y(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени, определяемая ненулевыми начальными условиями, а функция $\varsigma(t)$ формируется следующим образом:

$$\varsigma(t) = \frac{1}{(p+1)^2} w(t). \tag{10}$$

Для синтеза идентификатора неизвестного параметра θ введем, как и в работе [10], новую переменную — измеряемый сигнал

$$z(t) = \ddot{\varsigma}(t) = w(t) - 2\dot{\varsigma}(t) - \varsigma(t). \tag{11}$$

В силу уравнений (9) и (10) справедливо равенство

$$z(t) = \theta\, \varsigma(t),$$

тогда оценку $\hat{z}(t)$ сигнала $z(t)$ целесообразно сформировать в виде

$$\hat{z}(t) = \hat{\theta}(t)\, \varsigma(t), \tag{12}$$

где $\hat{\theta}(t)$ — настраиваемый параметр (оценка параметра θ).

Утверждение 1 [10]. Пусть параметр $\hat{\theta}(t)$ настраивается следующим образом:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = K_1 \varsigma(t)(z(t) - \hat{z}(t)), \tag{13}$$

где $K_1 > 0$ — коэффициент адаптации; сигналы $\varsigma(t)$, $z(t)$ и $\hat{z}(t)$ формируются в соответствии с выражениями (10), (11) и (12), при этом сигнал $w(t)$ формируется по правилу (6); тогда $\lim\limits_{t\to\infty} \left|\hat{\theta}(t) - \theta\right| = 0$.

С учетом утверждения 1 оценку частоты гармонического возмущения будем рассчитывать следующим образом:

$$\hat{\omega}(t) = \sqrt{\left|\hat{\theta}(t)\right|}. \tag{14}$$

Однако в силу неопределенности коэффициента k усиления сигнала управления $u(t)$ функция $w(t)$ содержит неизвестное слагаемое $k\dfrac{b(p)}{\gamma(p)}u(t)$. Поэтому при реализации алгоритма (13), (14) примем сигнал $u(t) = 0$. Для формирования оценки возмущения $\delta(t)$ допустим, что фаза $\beta = 0$. В противном случае при $\beta \neq 0$ будем иметь задачу идентификации двух амплитуд. А именно, для гармонического сигнала $w(t)$ получим

$$w(t) = \frac{\alpha(p)}{\gamma(p)} \sigma \sin(\omega t + \beta) = \frac{\alpha(p)}{\gamma(p)} \left[\sigma_1 \sin \omega t + \sigma_2 \cos \omega t \right] = \sigma_1 \psi_1(t) + \sigma_2 \psi_2(t),$$

где возмущение $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \beta)$ представлено в виде суммы двух гармонических сигналов разной амплитуды, но с нулевой начальной фазой:

$$\delta(t) = \sigma_1 \sin \omega t + \sigma_2 \cos \omega t ,$$

а физически реализуемые сигналы $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$ формируются как

$$\psi_1(t) = \frac{\alpha(p)}{\gamma(p)} \sin \omega t \ \text{ и } \ \psi_2(t) = \frac{\alpha(p)}{\gamma(p)} \cos \omega t .$$

Подобное решение было представлено в работе [9].

При $\beta = 0$ оценка возмущения $\delta(t)$ формируется в виде

$$\hat{\delta}(t) = \hat{\sigma} \sin \hat{\omega} t , \qquad (15)$$

где $\hat{\sigma}$ — настраиваемый параметр (оценка параметра σ).

Покажем справедливость следующего утверждения.

Утверждение 2. Пусть параметр $\hat{\sigma}$ настраивается следующим образом:

$$\dot{\hat{\sigma}}(t) = K_2 \hat{\psi}(t) \left(w(t) - \hat{\sigma}(t) \hat{\psi}(t) \right), \qquad (16)$$

где $K_2 > 0$ — коэффициент адаптации, сигнал $w(t)$ определяется выражением (6), а функция $\hat{\psi}(t)$ формируется по правилу

$$\hat{\psi}(t) = \frac{\alpha(p)}{\gamma(p)} \sin \hat{\omega} t \qquad (17)$$

с использованием оценки частоты гармонического возмущения (13), (14). Тогда

$$\lim \left| \sigma(t) - \hat{\sigma}(t) \right| = 0 . \qquad (18)$$

Таким образом, адаптивный наблюдатель возмущения, содержащий схемы формирования вспомогательных сигналов $w(t)$, $\varsigma(t)$ и $z(t)$ — формулы (6), (10) и (11) соответственно, настраиваемые модели (12) и (15), а также алгоритмы настройки (13), (16), обеспечивает для объекта (1), (2) асимптотическую идентификацию заранее неизвестного синусоидального возмущения.

Синтез наблюдателя состояния. Теперь, зная оценку возмущения $\delta(t)$, построим наблюдатель переменных состояния $x(t)$ для объекта управления (1), (2). Для этого воспользуемся результатом, полученным в работе [9]

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \hat{k}(t) b u(t) + f \hat{\delta}(t) + l(y(t) - \hat{y}(t)) ; \qquad (19)$$

$$\hat{y}(t) = c^T \hat{x}(t) + \hat{\delta}(t) , \qquad (20)$$

где $\hat{x}(t) \in R^n$ — оценка вектора $x(t)$; $\hat{\delta}(t) \in R$ — оценка неизвестного возмущения, формируемая по правилу (15); $\hat{k}(t) \in R$ — оценка неизвестного коэффициента k; $\hat{y}(t) \in R$ — оценка переменной $y(t)$; вектор постоянных коэффициентов l рассчитывается таким образом, чтобы матрица $\overline{A} = A - lc^T$ была гурвицевой.

Для оценки неизвестного коэффициента k воспользуемся уравнением (5), а именно представим (5) следующим образом:

$$y(t) = \xi_1(t) + k \xi_2(t) + \xi_3(t) , \qquad (21)$$

где $\xi_1(t)=\dfrac{a_1(p)}{\gamma(p)}y(t)$, $\xi_2(t)=\dfrac{b(p)}{\gamma(p)}u(t)$, $\xi_3(t)=\dfrac{\alpha(p)}{\gamma(p)}\delta(t)$, и примем сигнал управления $u(t)\neq 0$.

Утверждение 3. Пусть параметр $\hat{k}(t)$ настраивается следующим образом:

$$\dot{\hat{k}}(t)=K_3\xi_2(t)\Big(y(t)-\xi_1(t)-\xi_3(t)-\hat{k}\xi_2(t)\Big), \tag{22}$$

где $K_3>0$ — коэффициент адаптации.

Тогда

$$\lim\left|k-\hat{k}(t)\right|=0\,. \tag{23}$$

Введем в рассмотрение ошибку оценки состояния $\tilde{x}=x-\hat{x}$. Тогда, вычитая (19) из уравнения (1) с учетом выражений (2) и (20), получаем модель ошибки оценки состояния:

$$\dot{\tilde{x}}=\overline{A}\tilde{x}+l(\sigma(t)-\hat{\sigma}(t))+(k-\hat{k}(t))u(t)\,.$$

Из последнего выражения с учетом гурвицевости матрицы $\overline{A}$ и равенств (18) и (23) следует выполнение целевого условия (4).

Заключение. Предложен гибридный алгоритм синтеза наблюдателя переменных состояния вида (13)—(17), (19), (22) для линейного объекта управления (1), (2). Реализация алгоритма предполагает переключение между режимом идентификации возмущения $\delta(t)$ ($u(t)=0$) и режимом оценивания неизвестного параметра k и состояния $x(t)$ объекта (1), (2) ($u(t)\neq 0$).

В данной статье авторы не ответили на вопрос, когда следует осуществлять переключение режимов управления. С технической точки зрения, эта проблема, по-видимому, может быть решена различными способами: например, можно переключать режимы при стабилизации оценки параметров возмущения (частоты, амплитуды). Математическое же решение данной задачи — перспектива для продолжения исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Никифоров В. О.* Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб: Наука, 2003.

2. *Никифоров В. О.* Наблюдатели внешних возмущений. Ч. 1. Объекты с известными параметрами // Автоматика и телемеханика. 2004. № 10. С. 13—23.

3. *Никифоров В. О.* Наблюдатели внешних возмущений. Ч. 2. Объекты с неизвестными параметрами // Там же. № 11. С. 40—52.

4. *Бобцов А. А., Кремлев А. С.* Синтез наблюдателя в задаче компенсации конечномерного квазигармонического возмущения // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2005. № 3. С. 5—11.

5. *Бобцов А. А.* Алгоритм управления по выходу с компенсацией гармонического возмущения со смещением // Автоматика и телемеханика. 2008. № 8. С. 25—32.

6. *Marino R., Santosuosso G., Tomei R.* Adaptive stabilization of linear systems with outputs affected by unknown sinusoidal disturbances // Proc. of the European Control Conf. 2007, Kos, Greece, July 2—5, 2007. P. 129—134.

7. *Marino R., Tomei R.* Output regulation for linear minimum phase systems with unknown order exosystem // IEEE Transact. on Automatic Control. 2007. Vol. 52. P. 2000—2005.

8. *Арановский С. В., Бобцов А. А., Пыркин А. А.*. Адаптивный наблюдатель неизвестного синусоидального выходного возмущения для линейного объекта // Автоматика и телемеханика. 2009. № 11. С. 108—116.

9. *Арановский С. В., Бобцов А. А., Никифоров В. О.* Синтез наблюдателя для нелинейного объекта в условиях гармонического возмущения, приложенного к выходной переменной // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2010. № 3. С. 32—38.

10. *Арановский С. В., Бобцов А. А., Кремлев А. С., Лукьянова Г. В.* Робастный алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 1—6.

Сведения об авторах

Станислав Владимирович Арановский — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: s.aranovskiy@gmail.com

Алексей Алексеевич Бобцов — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru

Антон Александрович Пыркин — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
18.01.11 г.