УДК 62.50

Ю. А. Капитанюк, С. А. Чепинский

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ПО КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ТРАЕКТОРИИ*

Решается задача управления движением многоканальной динамической системы вдоль заданной кусочно-гладкой траектории, представленной совокупностью прямолинейных и круговых участков. Синтез закона управления осуществляется с помощью дифференциально-геометрического метода. Основные результаты представлены задачно-ориентированной моделью пространственного движения и соответствующими нелинейными алгоритмами управления.

Ключевые слова: *многоканальный объект, движение по траектории, метод преобразования координат, синтез алгоритма управления.*

Введение. В настоящей работе рассматривается задача перемещения мобильного робота в рабочем пространстве по предписанной траектории, заданной реперными точками. Особую актуальность данная задача приобрела в связи с бурным развитием беспилотных устройств, для которых движение вдоль заданной траектории является одним из основных режимов работы.

Существует два основных подхода к построению такого рода систем [1, 2]:

1) разработка следящей системы, управляемой некоторой эталонной моделью [3, 4]. Как правило, в такой системе траектория параметризуется некоторой функцией времени. Это приводит к отставанию или опережению движения объекта, вызванному параметрическими неопределенностями или внешним возмущениями, от заданной программы;

2) стабилизация инвариантных многообразий в пространстве состояний [2], т.е. для исходной системы выбирается преобразование, образующее в пространстве состояния некоторый аттрактор. Для траекторных задач в качестве аттрактора выбирается желаемая траектория, заданная в терминах выходных координат. Стабилизация данного решения — гораздо менее трудоемкая задача, чем построение следящей системы в рамках первого подхода [1].

Как объект управления автономный робот является многоканальной нелинейной динамической системой. Задача системы управления подвижного робота заключается в создании

* Статья написана при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-5488.2012.8.

управляющих воздействий, обеспечивающих заданное перемещение центра масс в рабочем пространстве.

В работе используется нелинейное преобразование модели робота к системе задачно-ориентированных координат. Такой подход позволяет свести сложную многоканальную задачу управления к ряду простых задач компенсации линейных и угловых отклонений, а затем с помощью стандартных приемов нелинейной стабилизации [5, 6] найти адекватные законы управления. Полученные в работе результаты развивают известные решения задач управления пространственным движением, предложенные в [5, 7—9].

С использованием дифференциально-геометрических методов нелинейной теории управления [1, 5, 10] синтезированы алгоритмы, обеспечивающие решение задачи стабилизации движения по типовым участкам траекторий, таких как прямая и окружность.

Модель движения подвижного робота и постановка задачи управления. Положение корпуса робота характеризуется вектором декартовых координат $y = (y_1, y_2)$ и углом поворота α связанной с центром масс C робота системы координат относительно системы координат $Y_2 0 Y_1$ [2].

С углом α связана ортогональная матрица (матрица вращения):

$$T(\alpha) = \begin{vmatrix} \tau_1^T(\alpha) \\ \tau_2^T(\alpha) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}, \quad T(0) = I .$$

Кинематическая модель движения робота может быть представлена в виде:

$$\dot{y} = T^T(\alpha)\upsilon, \ \upsilon = B_y u_y, \ \dot{T}(\alpha) = \omega E T(\alpha), \ \omega = B_\alpha u_\alpha,$$

где υ и ω — линейная и угловая скорости движения, u_y и u_α — управляющие воздействия, B_y и B_α — обратимые матрицы, $E = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$.

Траектория робота представляет собой отрезок кривой S (рис. 1), неявное описание которого имеет вид

$$\varphi(y) = 0, \tag{1}$$

а значение соответствующей локальной координаты s определяется выражением

$$s = \psi(y). \tag{2}$$

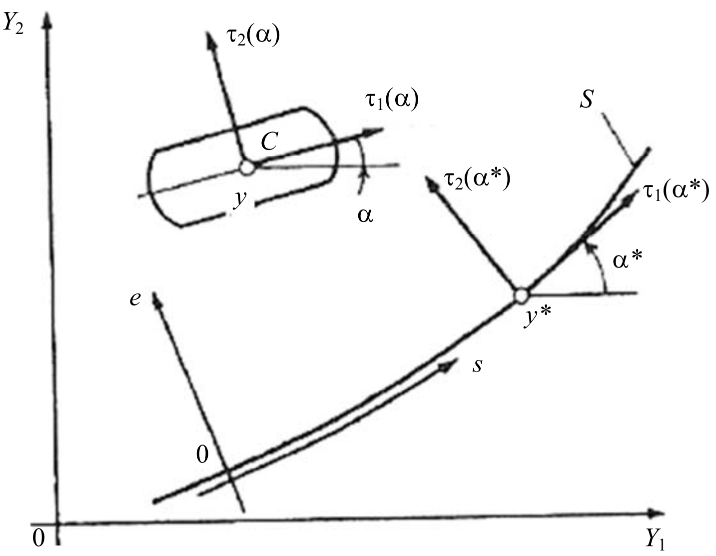

Рис. 1

Предполагается, что функции φ и ψ выбраны таким образом, что при $y \in S$ матрица Якоби

$$M(y) = \begin{vmatrix} \partial\psi / \partial y \\ \partial\varphi / \partial y \end{vmatrix}$$

ортогональна.

Матрица $M(y)$ определяет связанный с траекторией подвижный базис Френе, который для $y \in S$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{T}^*(\alpha^*) = \dot{s}\xi(s)ET^*(\alpha^*), \tag{3}$$

где $\xi(s)$ — кривизна траектории, α^* — угол наклона касательной к кривой S. Матричное уравнение (3) может быть записано в простой форме: $\dot{\alpha}^* = \dot{s}\xi(s)$.

Значение α определим как $\alpha = \alpha^* + \Delta\alpha$ или, в матричном виде, $T(\alpha) = T(\Delta\alpha)T(\alpha^*)$, где $\Delta\alpha$ — желаемое угловое положение относительно траектории движения.

Задача управления траекторным движением автономного робота ставится как задача поддержания голономных соотношений между выходами системы y_i (1). Она дополняется описанием желаемого режима продольного (вдоль траектории) движения.

Рассмотрим ошибки траекторного движения [8, 10]. Положение робота (1) характеризуется ортогональным отклонением $e = \varphi(y)$, на множестве S e=0. Рассогласование текущего углового положения от заданного определяется угловой ошибкой $\delta = \alpha - \alpha^* + \Delta\alpha$ или, в матричном виде, $T(\delta) = T(\alpha_x)T^T(\Delta\alpha)T^T(\alpha^*)$.

Таким образом, задача управления движения мобильного робота заключается в определении (в замкнутой форме) входных сигналов u_y и u_α, которые обеспечивают:

— стабилизацию движения робота относительно кривой S при e=0;

— стабилизацию заданной угловой ориентации робота относительно кривой S при δ=0;

— поддержание требуемого режима продольного движения мобильного робота, задаваемого с помощью эталонной модели $V_s^* = \text{const}$, где V_s^* — скорость движения вдоль траектории.

Синтез алгоритмов управления движением. Приведем алгоритм синтеза управления траекторным движением при использовании предложенного метода.

1) Переход от декартовых координат к задачно-ориентированной модели, выраженной с помощью траекторных координат; введение в рассмотрение новых задачно-ориентированных входных переменных (e, s, σ) и преобразование управления;

$$\begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T(\alpha_x^*)T^T(\alpha)\upsilon, \tag{4}$$

$$\dot{\delta} = -\dot{s}\xi(s) + \omega. \tag{5}$$

2) Введение локальных законов управления

$$\begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} = T^T(\Delta\alpha)\upsilon, \tag{6}$$

$$u_\delta = -\dot{s}\xi(s) + \omega, \tag{7}$$

или в упрощенном виде:

$$\dot{s} = u_s,\ \dot{e} = u_e,\ \dot{\delta} = u_\delta.$$

3) Синтез локальных регуляторов:

$$u_s = V_S^*,\ u_e = -K_e e,\ u_\delta = -K_\delta \delta,$$

коэффициенты K_e, K_δ выбираются в соответствии с желаемой динамикой.

4) Окончательный синтез регулятора, решающего указанную траекторную задачу:

$$\upsilon = T\left(\Delta\alpha\right)\begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix}, \ \omega = u_\delta + \xi(s)\dot{s} = u_\delta + \xi(s)u_s \,.$$

Синтез алгоритмов управления для типовых траекторий. Рассмотрим конкретные реализации для типовых траекторий (рис. 2).

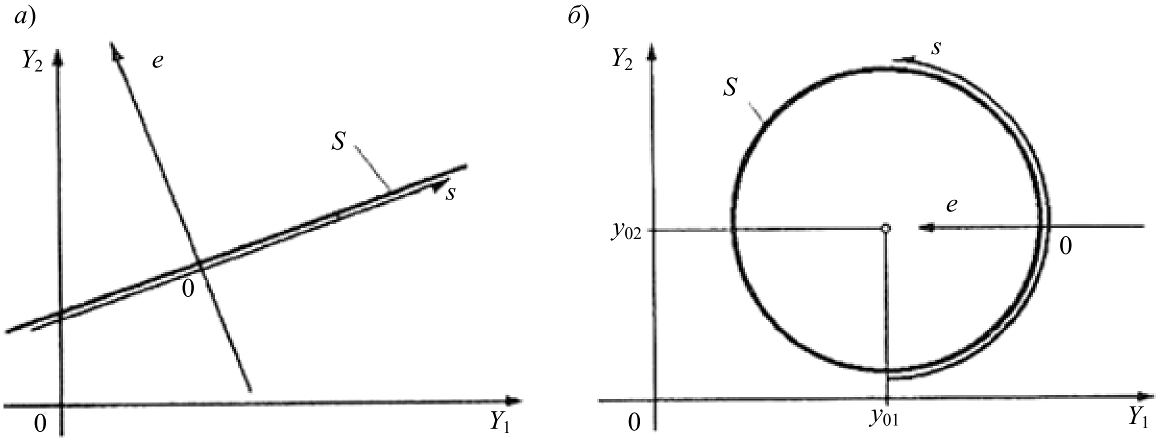

Рис. 2

Пусть траектория движения робота представлена отрезком прямой. Нормализованное описание прямой дается с помощь уравнений

$$\varphi(y) = -\sin\alpha^* y_1 + \cos\alpha^* y_2 = 0, \ s(y) = \cos\alpha^* y_1 + \sin\alpha^* y_2 \,.$$

Ортогональная матрица Якоби принимает вид

$$M(y) = T(\alpha^*) = \begin{vmatrix} \cos\alpha^* & \sin\alpha^* \\ -\sin\alpha^* & \cos\alpha^* \end{vmatrix} \in SO(2)\,.$$

Очевидно, что в этом случае ξ=0. Результат моделирования движения робота вдоль прямой линии представлен на рис. 3, *а*.

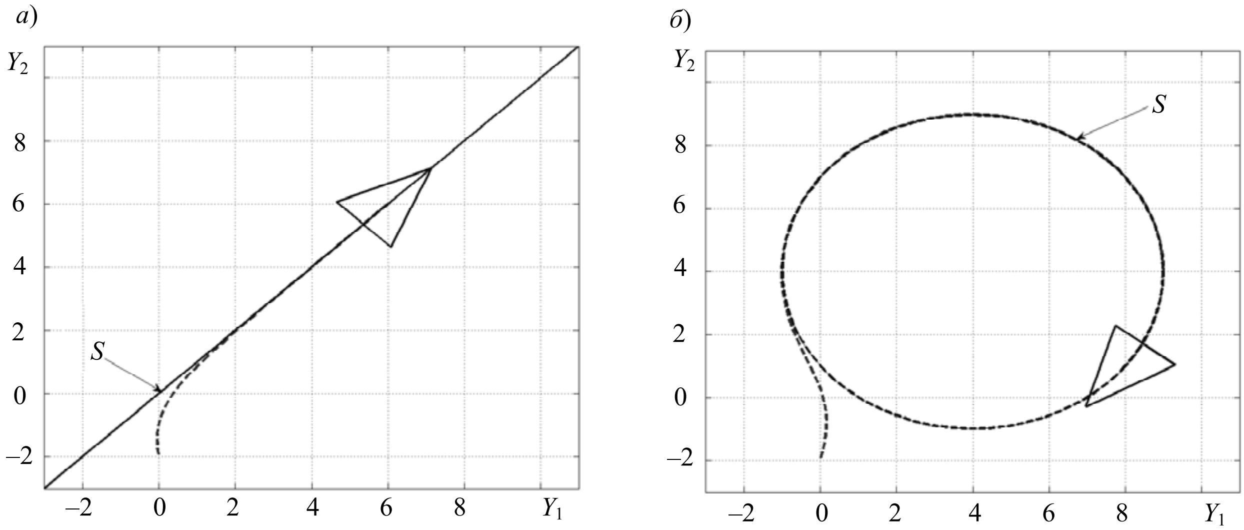

Рис. 3

Теперь рассмотрим случай, когда участок траектории представлен дугой окружности радиуса R с центром в точке $y_0 = \left(y_{01}, y_{02}\right)$. Запишем уравнение окружности в виде

$$\varphi(y) = \frac{1}{2R}\left(R^2 - \Delta y_1^2 - \Delta y_2^2\right) = 0,$$

где $\Delta y_1 = y_1 - y_{01}$, $\Delta y_2 = y_2 - y_{02}$. Длина пути определяется как

$$S(y) = R\,\mathrm{arctg}\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}.$$

Ортогональная матрица Якоби принимает вид

$$M(y) = \frac{1}{R}\begin{vmatrix} -\Delta y_2 & \Delta y_1 \\ -\Delta y_1 & -\Delta y_2 \end{vmatrix} \in SO(2),$$

$$\xi(s) = \frac{1}{R}.$$

Результат моделирования движения робота вдоль окружности представлен на рис. 3, *б*.

Управление вдоль кусочно-гладкой траектории. Управление для движения вдоль сложной, составной траектории реализуется в виде гибридного регулятора, включающего в себя алгоритм движения вдоль прямой, алгоритм движения, вдоль окружности и алгоритм переключения между ними. Расширяя набор элементарных траекторий, можно более гибко параметризовать заданную траекторию, чтобы улучшить качество работы системы.

На рис. 4 представлен результат моделирования движения вдоль составной траектории. В качестве исходных данных для задания траектории использовались реперные точки, которые соединялись прямолинейными отрезками. Для плавного перехода между отдельными участками вводятся области перехода, которые задаются с помощью окружностей с заданным радиусом, с центром в точке, разделяющей соседние участки. Когда робот оказывается в данной области, регулятор реализует движение вдоль участка окружности. Параметры движения вдоль этой дуги (центр окружности и радиус) выбираются таким образом, чтобы при выходе из области перехода оказаться как можно ближе к следующему прямолинейному участку. Таким образом, комбинируя достаточно простые методы, можно реализовать полноценную систему управления движением мобильных роботов вдоль траектории.

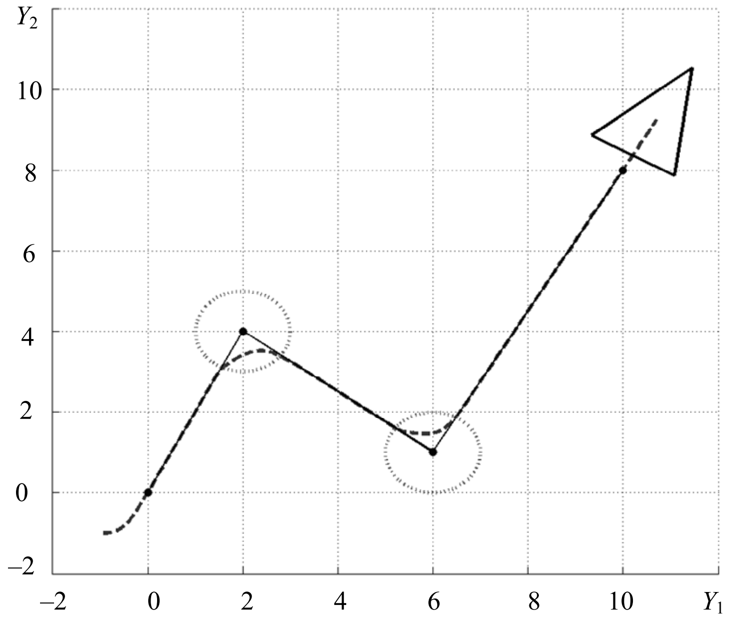

Рис. 4

Заключение. Разработанные структура и алгоритмы системы управления подвижными объектами (автономными роботами) могут быть полезны для разработчиков систем управления мобильными аппаратами (колесными, подводными, летательными). Дальнейшим развитием полученных результатов является переход к более сложным и достоверным динамическим моделям роботов, расширение класса базовых кривых, используемых при параметризации сложных траекторий, а также расширение данного метода на случай трехмерного пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aguiar A. P., Hespanha J. P., Kokotovic P. V.* Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. Vol. 50. P. 234—239.

2. *Nielsen C., Fulford C., Maggiore M.* Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system // American Control Conf. ACC '09. 2009. P. 3045—3050.

3. *Breivik M., Fossen T. I.* Principles of Guidance-Based Path Following in 2D and 3D // Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control. 2005. P. 627—634.

4. *Lee T., Leok M., McClamroch N. H.* Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) // Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control. 2010. P. 5420—5425.

5. *Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э.* Системы управления движением колесных роботов. СПб: Наука, 2001. 232 с.

6. *Мирошник И. В***.** Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.

7. *Мирошник И. В., Фрадков А. Л., Никифоров В. О.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.

8. *Мирошник И. В., Чепинский С. А.* Управление многозвенными кинематическими механизмами // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2002. № 3. С. 144—149.

9. *Мирошник И. В., Чепинский С. А.* Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2004. № 14. С. 5—10.

10. *Бушуев А. Б., Исаева Е. Г., Морозов С. Н., Чепинский С. А.* Управление траекторным движением многоканальных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение, 2009. Т. 52, № 11. С. 50—56.

Сведения об авторах

Юрий Андреевич Капитанюк — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: yura.kapitanyuk@gmail.com

Сергей Алексеевич Чепинский — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; старший научный сотрудник; E-mail: Chepinsky_S@hotmail.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.