ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.51.015

Г. И. Болтунов, А. В. Лямин, А. И. Петрик

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МОБИЛЬНОГО КОЛЕСНОГО РОБОТА В ЗАДАЧЕ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЭКЗОСИСТЕМОЙ*

Рассмотрена задача управления автономным мобильным колесным роботом, движущимся в сложном динамическом окружении. Построена и проанализирована математическая модель робота, выработан алгоритм управления его движением по окружности в среде с подвижными экзосистемами. Эффективность алгоритма проиллюстрирована результатами математического моделирования.

Ключевые слова: *мобильный колесный робот, задача слежения за экзосистемой, оценка параметров системы.*

Введение. В настоящее время в мире интенсивно расширяются области использования автономных колесных мобильных роботов [1], которые характеризуются расширенными возможностями приспособления к сложной, неопределенной и подвижной внешней среде, высокой функциональной гибкостью и маневренностью [2, 3].

Слежение за подвижным объектом, параметры движения которого неизвестны, является важной и сложной задачей робототехники [4]. Построение наблюдателя для подвижного объекта — один из способов получения оценки его вектора состояния. Для линейных систем данная задача решена полностью — основы теории были заложены Д. Люенбергером. Последующие работы распространили эту теорию на новые классы систем [5—7]. Для класса нелинейных систем на сегодняшний день данная проблема не имеет общего решения. Существует много работ, в которых предлагаются частные решения построения наблюдателей для нелинейных систем [8, 9].

В настоящей статье рассматривается задача слежения за подвижной экзосистемой, некоторые параметры движения которой изначально неизвестны.

Постановка задачи. Кинематическая модель мобильного колесного робота в дискретном времени описывается следующими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_m &= h\upsilon_m \cos\alpha_m, \\ \Delta y_m &= h\upsilon_m \sin\alpha_m, \\ \Delta\alpha_m &= h\omega_m, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

* Статья подготовлена при финансовой поддержке Конкурса грантов для студентов вузов, расположенных на территории Санкт-Петербурга, аспирантов вузов, отраслевых и академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга, а также при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение № 14.B37.21.0778).

где вектор (x, y, α) описывает положение и ориентацию робота относительно неподвижной системы координат (рис. 1), υ и ω — векторы линейной и угловой скорости соответственно, h — интервал дискретности, $m = 0, 1, 2, ...$ — целое число. Несмотря на то что данная модель является упрощенной моделью движения мобильного колесного робота (динамика двигателей, деформация колес и другие механические эффекты не рассматриваются), она учитывает неголономные связи, присущие большинству мобильных колесных роботов.

Рассмотрим уравнения движения подвижной экзосистемы

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_m^* &= h\upsilon_m^* \cos\alpha_m^*,\\ \Delta y_m^* &= h\upsilon_m^* \sin\alpha_m^*,\\ \Delta\alpha_m^* &= h\omega_m^*.\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Значения линейной υ^* и угловой ω^* скоростей (рис. 1) и их производных ограниченны.

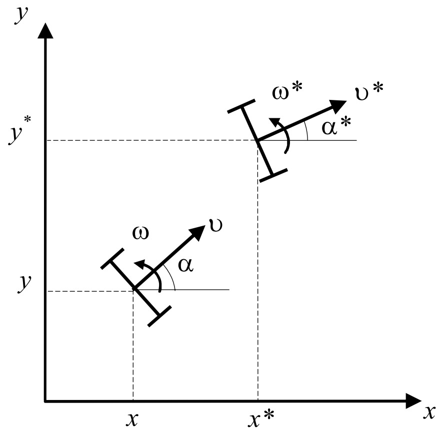

Рис. 1

Предположим, что линейная и угловая скорости экзосистемы одновременно не стремятся к нулю при $m \to +\infty$.

Задача слежения заключается в нахождении такого закона управления, который обеспечивал бы выполнение следующего равенства:

$$\lim_{m\to\infty}\left|z_m - z_m^*\right| = 0, \tag{3}$$

где $\begin{pmatrix}\upsilon\\ \omega\end{pmatrix} = k(z, z_r)$.

Синтез алгоритма управления. Для вывода закона управления вычтем из системы уравнений движения подвижной экзосистемы (2) систему уравнений движения мобильного робота (1)

$$\left.\begin{aligned}\Delta(x_m^* - x_m) &= h\left(\upsilon_m^* \cos\alpha_m^* - \upsilon_m \cos\alpha_m\right),\\ \Delta(y_m^* - y_m) &= h\left(\upsilon_m^* \sin\alpha_m^* - h\upsilon_m \sin\alpha_m\right),\\ \Delta(\alpha_m^* - \alpha_m) &= h\left(\omega_m^* - \omega_m\right).\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Рассмотрим следующее преобразование координат:

$$\begin{pmatrix}e_m^1\\ e_m^2\\ e_m^3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}T^T(\alpha_m) & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_m^* - x_m\\ y_m^* - y_m\\ \alpha_m^* - \alpha_m\end{pmatrix}, \tag{5}$$

где (e^1, e^2, e^3) — вектор ошибки положения и ориентации относительно системы координат, связанной с мобильным роботом; $T(\alpha)=\left[\tau_1(\alpha) \quad \tau_2(\alpha)\right]$, $\tau_1(\alpha)=\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix}$ и $\tau_2(\alpha)=\begin{pmatrix}-\sin\alpha\\ \cos\alpha\end{pmatrix}$.

Матрица $T(\alpha)$ обладает следующими свойствами:

1) $T(-\alpha)=T^T(\alpha)$,

2) $T^T(\alpha)T(\alpha)=T(\alpha)T^T(\alpha)=I$,

3) $T(\alpha+\beta)=T(\alpha)T(\beta)=T(\beta)T(\alpha)$.

Перепишем систему уравнений (4) относительно вектора ошибки:

$$\left.\begin{aligned} &T\left(\alpha_{m+1}\right)\begin{pmatrix}e^1_{m+1}\\ e^2_{m+1}\end{pmatrix}=T\left(\alpha_m\right)\begin{pmatrix}e^1_m\\ e^2_m\end{pmatrix}+h\left(\upsilon^*_m\tau_1(\alpha^*_m)-\upsilon_m\tau_1(\alpha_m)\right),\\ &e^3_{m+1}=e^3_m+h\left(\omega^*_m-\omega_m\right).\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

В первом уравнении системы (6) разделим левую и правую части на $T^T\left(\alpha_{m+1}\right)$ и воспользуемся свойством 2 матрицы $T(\alpha)$

$$\begin{pmatrix}e^1_{m+1}\\ e^2_{m+1}\end{pmatrix}=T^T\left(\alpha_{m+1}\right)\left[T\left(\alpha_m\right)\begin{pmatrix}e^1_m\\ e^2_m\end{pmatrix}+h\left(\upsilon^*_m\tau_1(\alpha^*_m)-\upsilon_m\tau_1(\alpha_m)\right)\right]. \tag{7}$$

Раскрыв скобки в выражении (7) и упростив его, получим

$$\begin{pmatrix}e^1_{m+1}\\ e^2_{m+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos h\omega_m & \sin h\omega_m\\ -\sin h\omega_m & \cos h\omega_m\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^1_m\\ e^2_m\end{pmatrix}+h\upsilon^*_m\begin{pmatrix}\cos\left(e^3_m-h\omega_m\right)\\ \sin\left(e^3_m-h\omega_m\right)\end{pmatrix}-h\upsilon_m\begin{pmatrix}\cos h\omega_m\\ -\sin h\omega_m\end{pmatrix}. \tag{8}$$

При достаточно малом интервале дискретности можно линеаризовать данную систему уравнений

$$\begin{pmatrix}\Delta e^1_m\\ \Delta e^2_m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & h\omega_m\\ -h\omega_m & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^1_m\\ e^2_m\end{pmatrix}+h\upsilon^*_m\begin{pmatrix}\cos e^3_m\\ \sin e^3_m\end{pmatrix}-h\upsilon_m\begin{pmatrix}1\\ -h\omega_m\end{pmatrix}. \tag{9}$$

Введем закон управления положением робота, обозначив

$$\upsilon^*_m\cos\left(e^3_m\right)-\upsilon_m=u^{\upsilon}_m. \tag{10}$$

Также введем закон управления ориентацией робота, обозначив во втором выражении системы (6)

$$\omega^*_m-\omega_m=u^{\omega}_m. \tag{11}$$

Тогда с учетом введенных управлений система уравнений ошибок принимает следующий вид

$$\begin{pmatrix}\Delta e^1_m\\ \Delta e^2_m\\ \Delta e^3_m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & h\omega_m & 0\\ -h\omega_m & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^1_m\\ e^2_m\\ e^3_m\end{pmatrix}+h\begin{pmatrix}0\\ \sin e^3_m\\ 0\end{pmatrix}\upsilon^*_m+h\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^{\upsilon}_m\\ u^{\omega}_m\end{pmatrix}. \tag{12}$$

Выберем следующие линейные законы управления:

$$u^{\upsilon}_m=-k_1e^1_m, \tag{13}$$

$$u^{\omega}_m=-k_2\operatorname{sign}(\upsilon^*_m)e^2_m-k_3e^3_m. \tag{14}$$

В работе [10] доказано, что данные законы управления обеспечивают асимптотическую устойчивость замкнутой системы. В выражениях (13) и (14) параметры k_1, k_2 и k_3 выбираются таким образом, чтобы корни характеристического уравнения системы (12) лежали внутри единичного круга комплексной плоскости $\left|e_0^i\right| < 1$.

В условиях, когда параметры движения подвижной экзосистемы неизвестны, необходимо произвести оценку векторов линейной и угловой скоростей движения экзосистемы

$$\hat{\upsilon}_m^* = \frac{1}{h}\sqrt{\left(\Delta x_m^*\right)^2 + \left(\Delta y_m^*\right)^2}, \tag{15}$$

$$\hat{\omega}_m^* = \frac{1}{h}\Delta\alpha_m^*. \tag{16}$$

Рассмотрим случай движения мобильного робота и подвижной экзосистемы по окружности, используя следующие допущения: экзосистема движется с постоянной скоростью; в начальный момент времени положение мобильного робота характеризуется вектором $(x = -1,\ y = 0,\ \alpha = \pi/2)$, а положение экзосистемы — вектором $(x = 0,\ y = 1,\ \alpha = 0)$. На рис. 2 представлены временные диаграммы изменения ошибок по положению e^1, e^2 и по углу e^3.

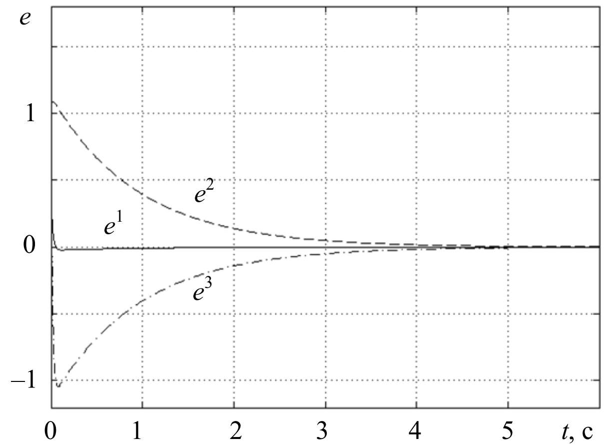

Рис. 2

Из рисунка видно, что со временем происходит полное согласование движений мобильного колесного робота и подвижной экзосистемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петрик А. И.* Разработка алгоритмов управления в задаче ориентации колесных роботов // Сб. науч.-исслед. выпускных квалификационных работ магистров НИУ ИТМО. СПб: НИУ ИТМО, 2011. С. 78—79.

2. *Бурдаков С Ф , Мирошник И В , Стельмаков Э. Р.* Системы управления движением колесных роботов. СПб: Наука, 2001. 236 с.

3. *Бобцов А. А., Лямин А. В.* Синтез систем управления движением мобильного робота вдоль аналитически незаданных траекторий // Навигация и управление движением: Сб. докл. 2-й науч.-техн. конф. молодых ученых. СПб, 2000. С. 138—148.

4. *Belkhouche F., Rastgoufard P., Belkhouche B.* Robot navigation-tracking of moving objects using the standard proportional navigation law // IEEE Trans. Robotics. 2007. P. 1—15.

5. *Rotella F., Zambettaki I.* Minimal Single Linear Functional Observers for Linear Systems // Automatica. 2011. Vol. 47, N 1. P. 164—169.

6. *Darouach M.* Complements to full order observer design for linear systems with unknown inputs // Applied Mathematics Letters. 2009. Vol. 22. P. 1107—1111.

7. *Ильин А. В., Коровин С. К., Фомичев В. В.* Методы построения наблюдателей для линейных динамических систем с неопределенностью // Тр. Математического ин-та им. В. А. Стеклова РАН. 2008. Т. 262. С. 87—102.

8. *Farza M., M'Saad M., Maatoug T., Kamoun M.* Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems // Automatica. 2009. Vol. 45, N 10. P. 2292—2299.

9. *Lin W., Wei J., Wan F.* Observer design of discrete time nonlinear systems // Decision and Control. 2008. P. 5402—5407.

10. *Canudas de Wit C., Khennouf H., Samso C., Sordalen O. J.* Nonliner control design for mobile robots // Nonlinear control for mobile robots. World Scientific series in Robotics and Intelligent Systems. 1993.

Сведения об авторах

Геннадий Иванович Болтунов — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; старший научный сотрудник

Андрей Владимирович Лямин — канд. техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерных образовательных технологий

Александра Игоревна Петрик — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.